

NOM : _____ **PRÉNOM :** _____

**EXAMEN D'ADMISSION AUX GYMNASSES VAUDOIS
SESSION 2021**

ÉCOLE DE MATURITÉ

BRANCHE : MATHÉMATIQUES
SIGLE : EXAD-1M-MAT-03
EXAMEN : ÉCRIT

Durée 3 heures

Matériel autorisé calculatrice TI-30 ECO RS, TI-30 X II S ou TI-30 X II B, règle, équerre, rapporteur, compas, formulaire joint à l'épreuve.

Consignes

- le candidat rédige les solutions directement sur les feuilles de données dans l'espace prévu à cet effet sous chaque question (il n'utilise pas la couleur rouge) ;
- lorsque cet espace n'est pas suffisant, le candidat l'indique clairement dans sa réponse et termine au verso ;
- les feuilles de brouillon ne sont pas corrigées ;
- la rédaction doit être soignée ; les calculs et les raisonnements doivent être détaillés ;
- la réponse doit être soulignée ou encadrée.

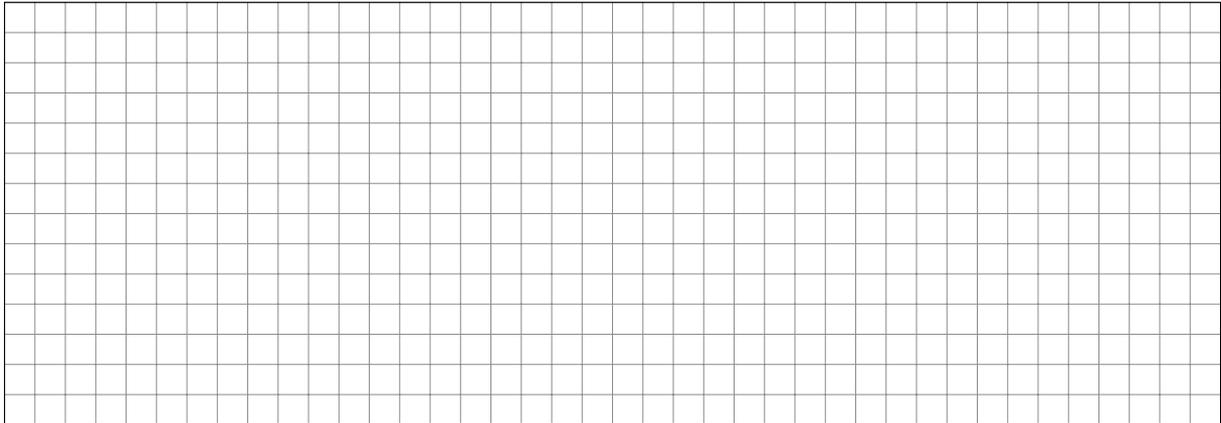
Partie technique / **30 pts** (30% du total des points)
Partie analyse-réflexion / **70 pts** (70% du total des points)
Total / **100 pts**

Partie technique**Question 1**

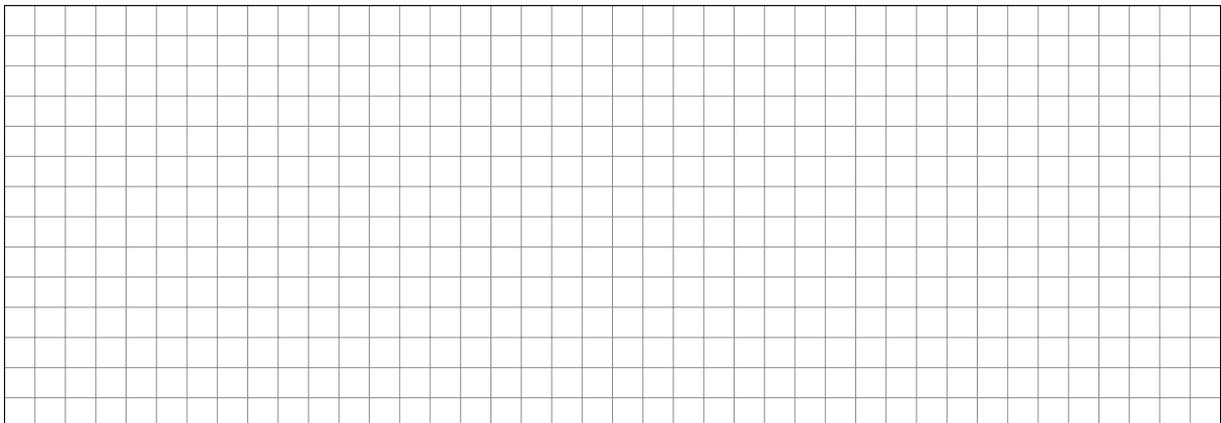
/ 8 pts

Calculer en détaillant tous les calculs et donner la réponse sous forme de fraction irréductible.

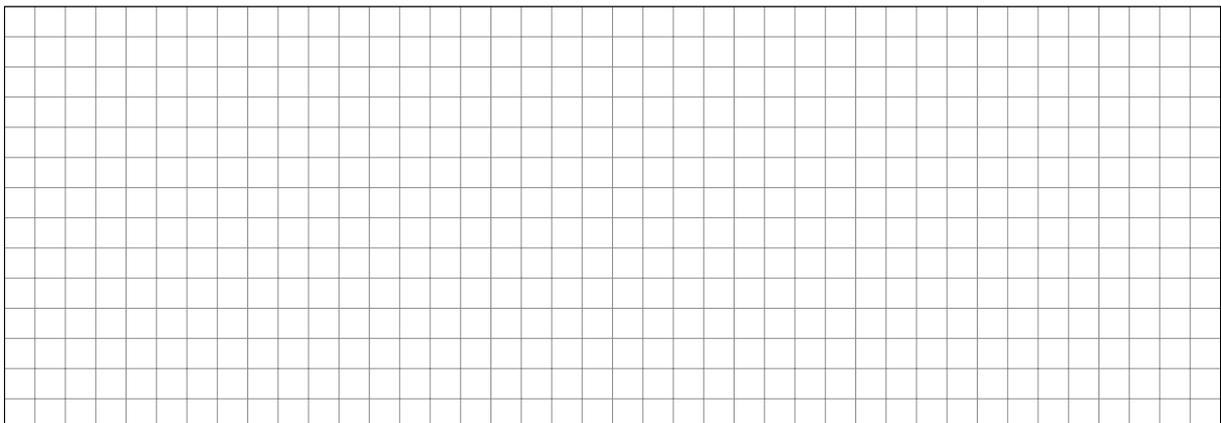
a) $\frac{2}{3} - \frac{-3}{8} \div \frac{5}{6}$



b) $-2 \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{10}{7} + 2$



c) $\left(-\frac{2}{3} - (-1)^2 \right) + \left(\frac{2}{5} + 1 \right)$



Question 2

/ 6 pts

Factoriser et cocher **toutes** les réponses exactes.

a) $x^2 - 3x - 18 =$

$(x - 9)(x - 2)$

$(x + 6)(x - 3)$

$(x + 9)(x - 2)$

$(x + 3)(x - 6)$

b) $25x^2 - 4 =$

$25 \left(x - \frac{2}{5}\right) \left(x + \frac{2}{5}\right)$

$(5x - 2)^2$

$(5x - 2)(5x + 2)$

$25(x - 2)(x + 2)$

c) $x^2 + 16 + 8x =$

$(x + 4)(x + 2)$

$(x + 16)(x + 1)$

$(x + 2)(x + 8)$

$(x + 4)(x + 4)$

d) $x - 9x^3 =$

$x(0 - 9x^2)$

$x(1 - 3x)(1 + 3x)$

$x(1 - 9x)(1 + 9x)$

$x(3x - 1)(3x + 1)$

e) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{18} =$

$\frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{1}{9}\right)$

$\frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{3}\right)^2$

$\frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right)$

$9x^2 + 1$

f) $x^2 - 5x + 6 =$

$(x + 6)(x + 1)$

$(x - 5)(x - 1)$

$(x - 2)(x - 3)$

$(x - 6)(x - 1)$

Question 3

/ 4 pts

Compléter les égalités suivantes avec des nombres.

a) $x^2 - 4x + \dots = (x - \dots)^2$

b) $6x^2 - \dots x + \dots = (\dots x - 5)(2x - 2)$

c) $\dots - 4x^2 = (3 + 2x)(\dots - \dots x)$

d) $x^2 - x - 56 = (x + \dots)(x - \dots)$

Question 4

/ 8 pts

Résoudre les équations suivantes et donner la réponse sous forme de fraction irréductible.

a)
$$\frac{x+2}{6} - \frac{3-x}{4} = \frac{3}{2}$$

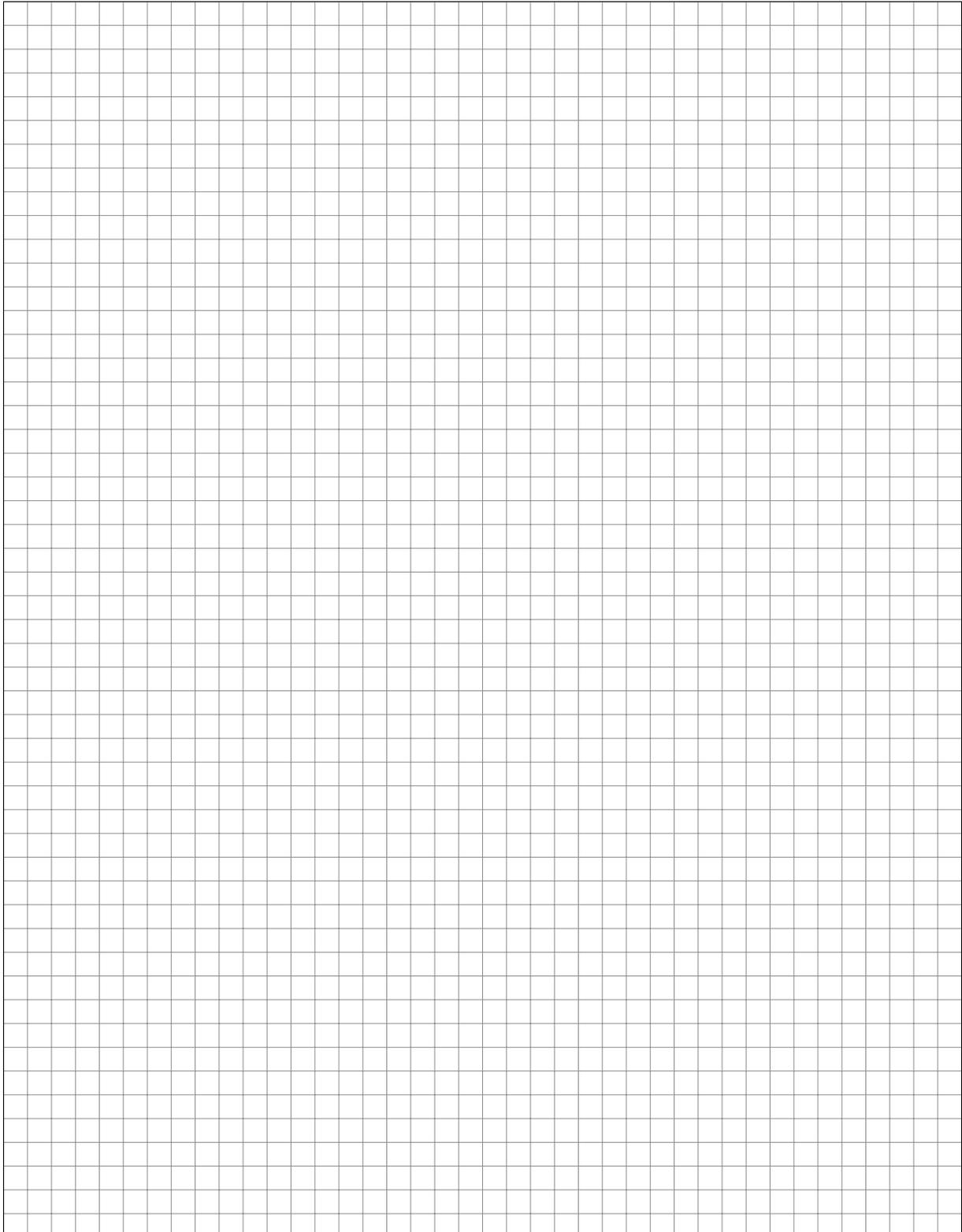
b)
$$\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} + 1 = 5\left(\frac{x}{6} - 1\right) + 6$$

c)
$$28 + (2x+1)^2 - (x+8)(x+4) = 0$$

Question 5/ **4 pts**

Résoudre le système d'équations suivant et donner les solutions sous forme de fractions irréductibles.

$$\begin{cases} 18x + 24y = 7 \\ 6x + 12y = 5 \end{cases}$$



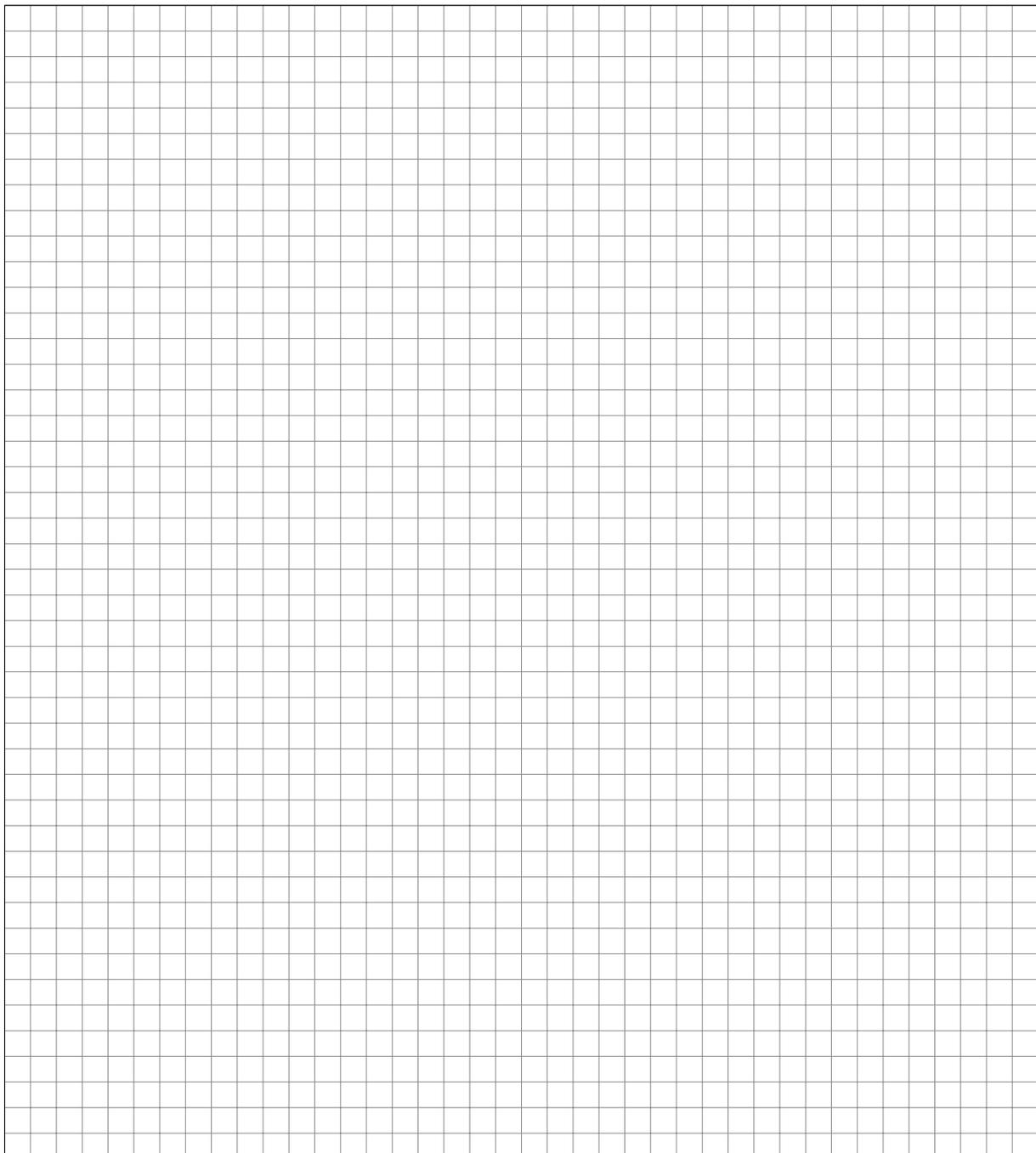
Partie analyse-réflexion

En règle générale, tous les résultats seront arrondis à deux décimales.

Problème 1**/ 5 pts**

Un architecte a oublié de noter l'échelle de son plan sur lequel un terrain de foot mesure $4\,576\text{ cm}^2$. Il se rappelle qu'en réalité l'une des dimensions mesure 110 m et que l'aire du terrain vaut $7\,150\text{ m}^2$.

Déterminer l'échelle du plan.

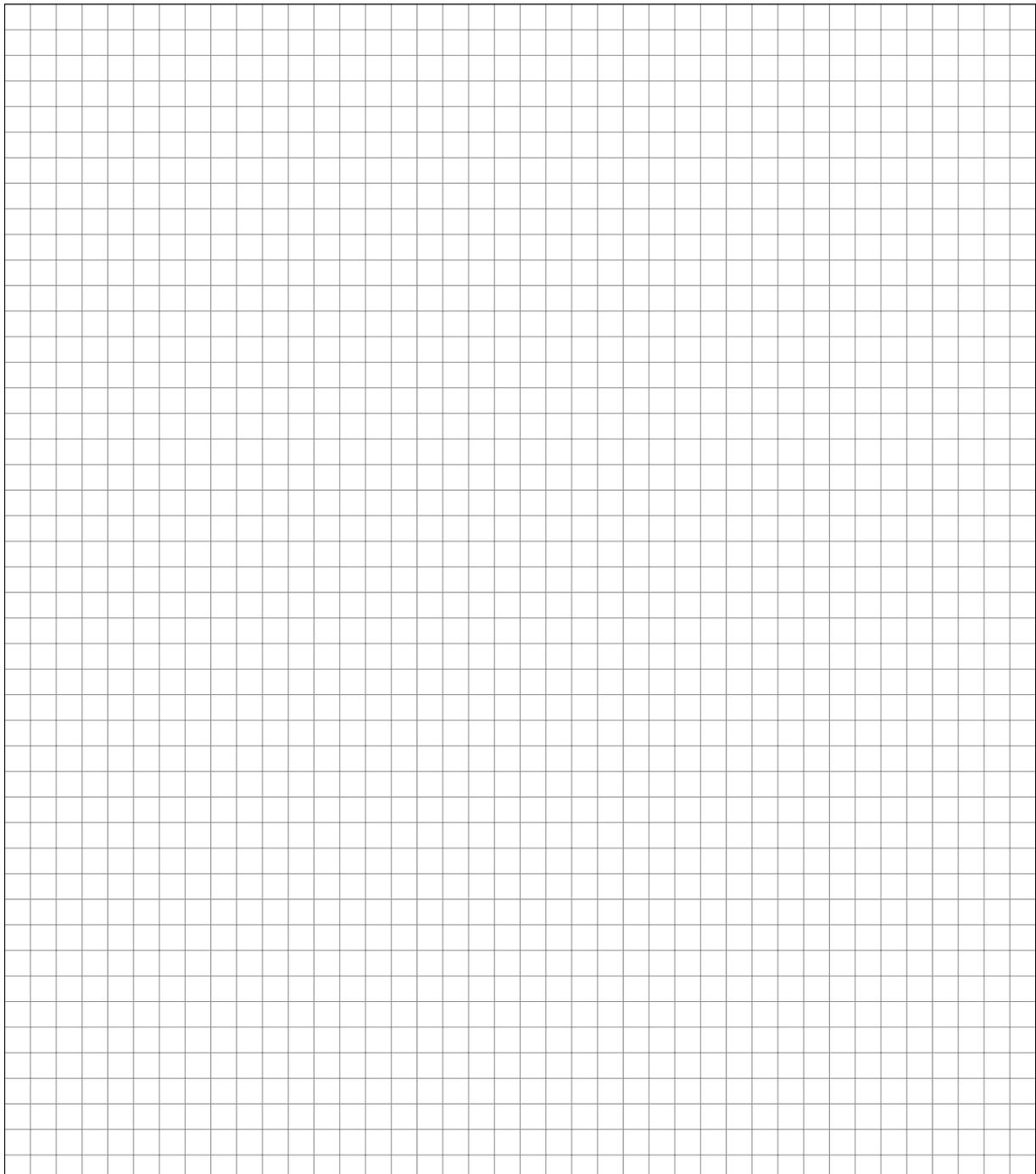


Problème 2/ **4 pts**

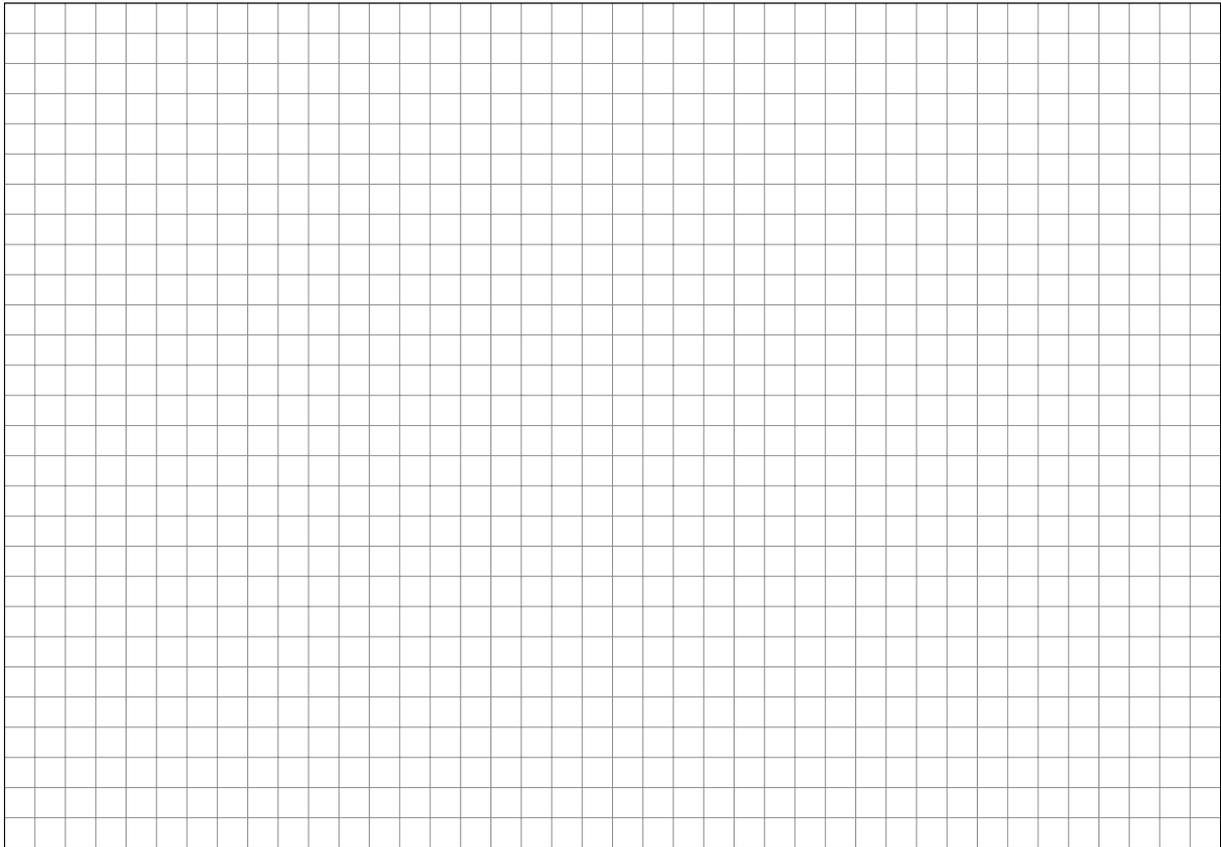
On attribue au mathématicien grec Métrodore les propos suivants sur la vie du mathématicien grec Diophante d'Alexandrie :

« L'enfance de Diophante occupa un sixième de toute sa vie. Le douzième fut pris par son adolescence. Après une nouvelle période équivalente au septième de sa vie, il se maria. Cinq ans plus tard, il eut un fils. La vie de ce fils fut exactement une demie de celle de son père. Diophante mourut quatre ans après la mort de son fils. »

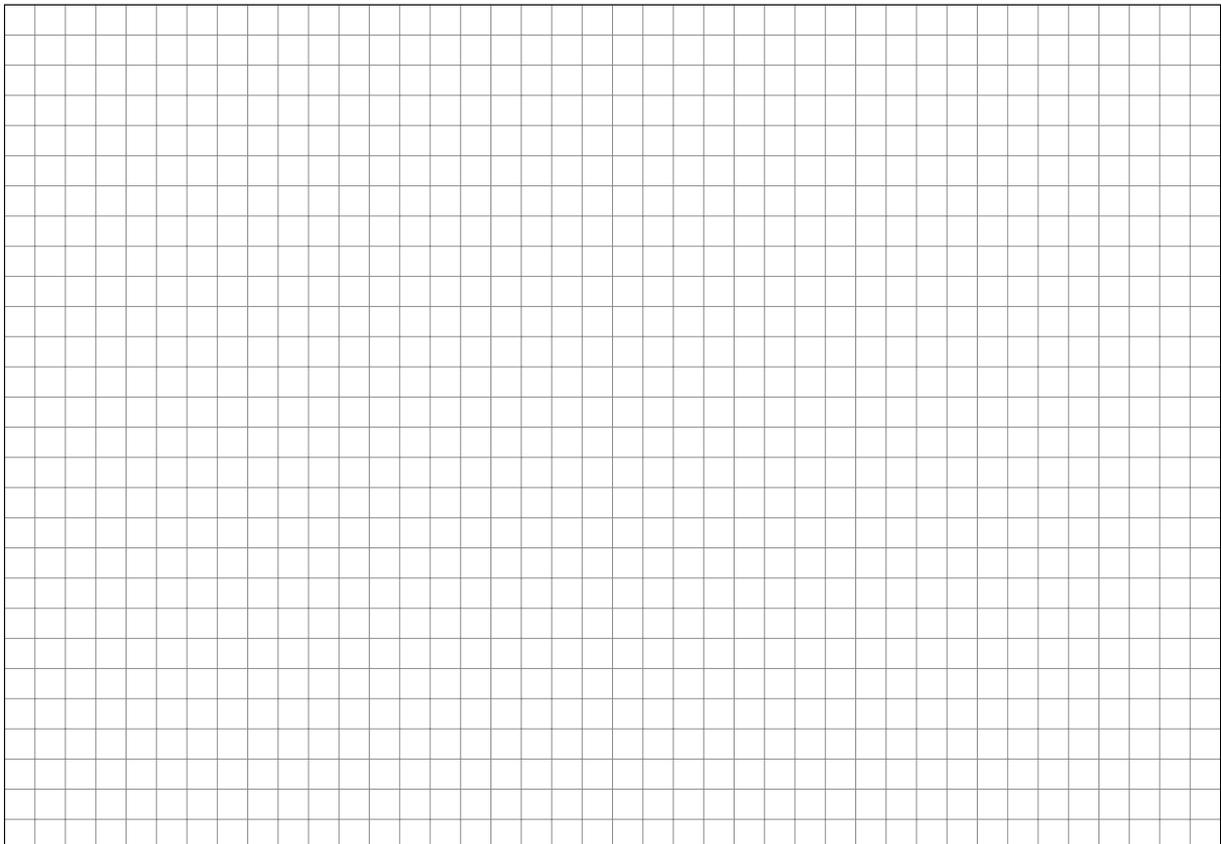
Déterminer l'âge de Diophante au moment de sa mort.



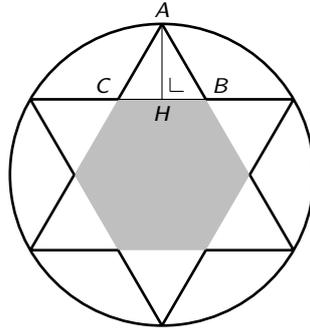
b) Sachant que la masse volumique du biscuit est de $0,2 \text{ g/cm}^3$, calculer la masse du biscuit (résultat en kg).



c) Calculer l'aire de la surface à recouvrir de chocolat blanc (résultat en cm^2).



d) L'étoile est régulière à six branches. Ses pointes sont des triangles équilatéraux isométriques. Montrer que la longueur de AH sur la figure ci-dessous mesure 6,5 cm.



e) Calculer le périmètre de l'étoile tracée en chocolat noir (résultat en cm).

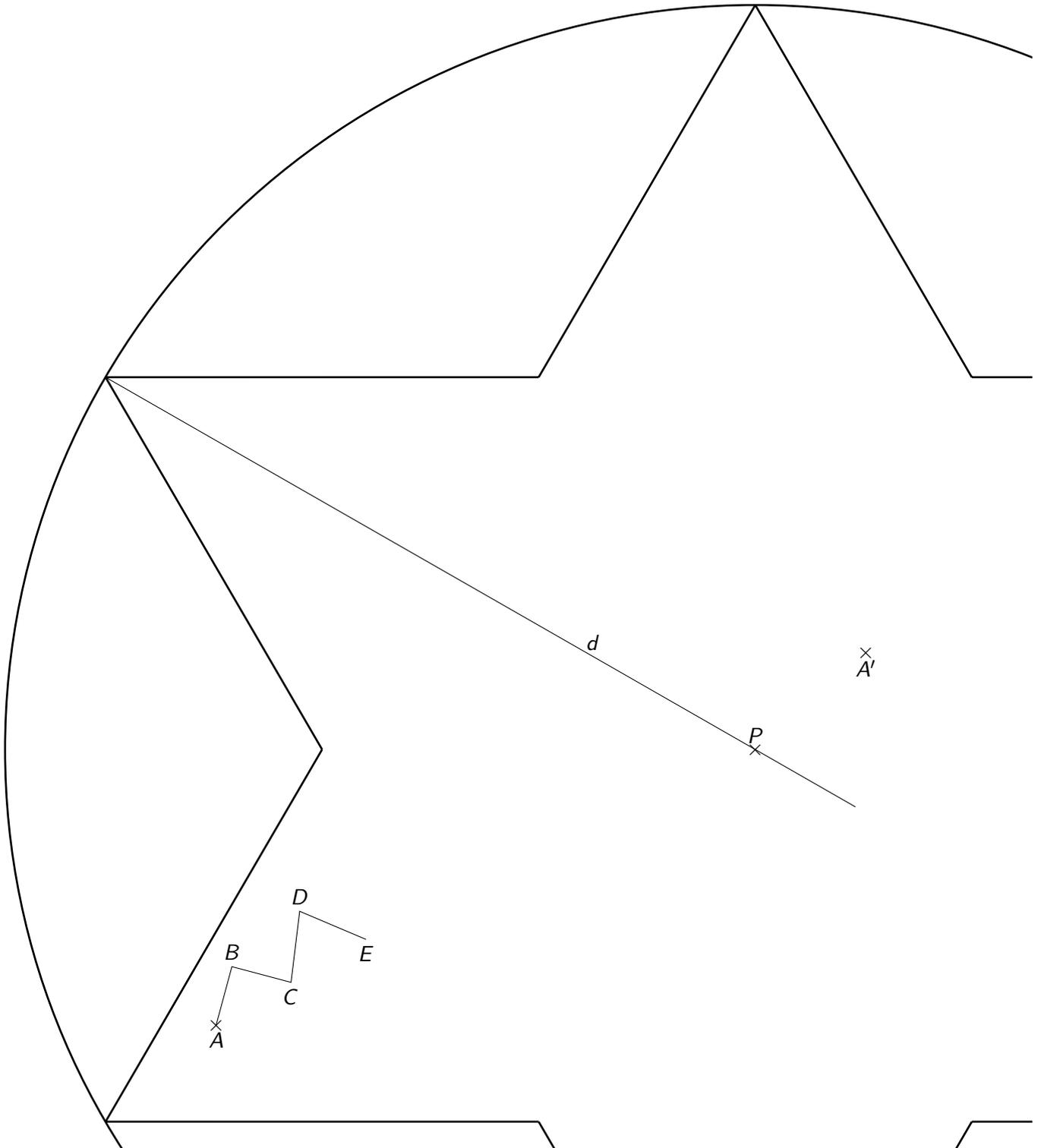


f) Pour parfaire son gâteau, le pâtissier décide de dessiner au chocolat noir des décorations en forme de ligne brisée sur les pointes de l'étoile et sur l'hexagone central.

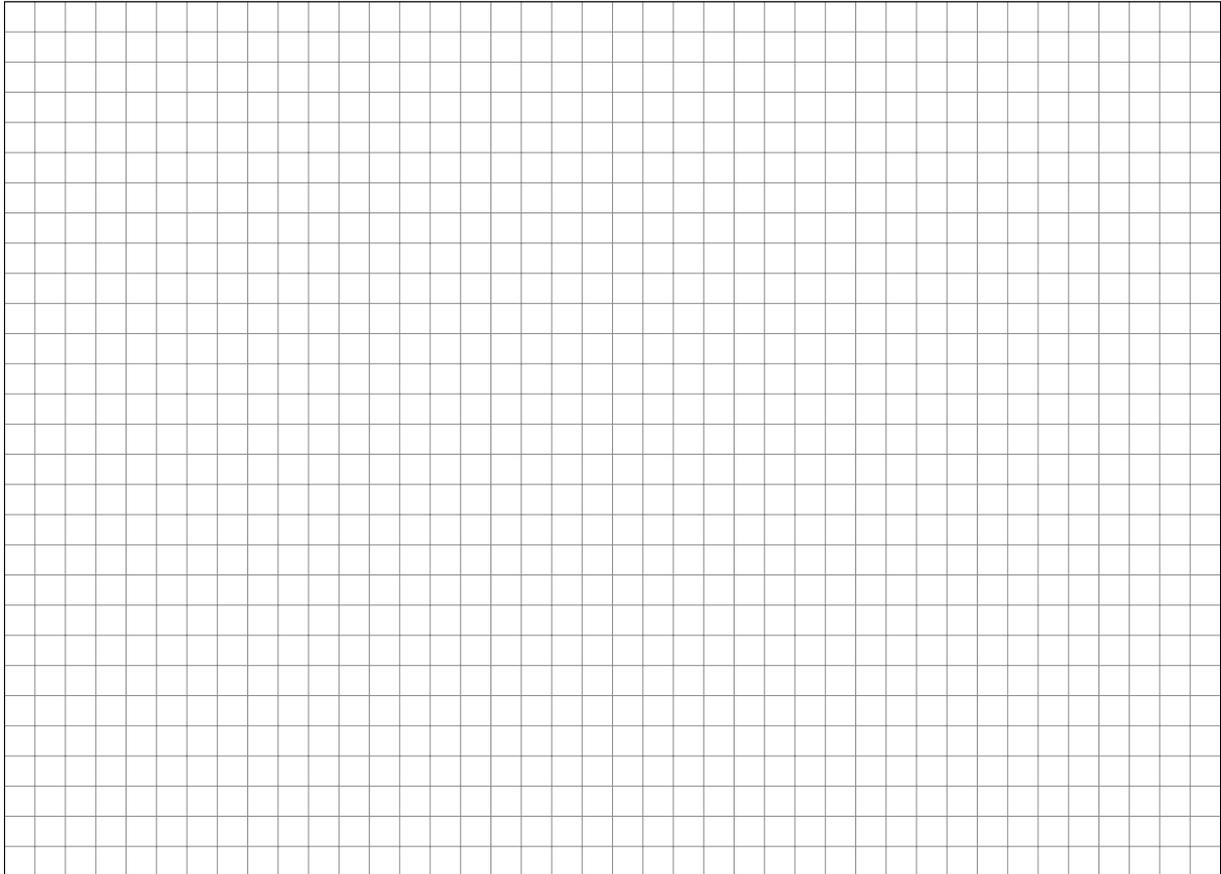
On a représenté ci-dessous une partie de la vue de dessus et la décoration $ABCDE$.

Construire à la règle (équerre), au compas et au rapporteur :

- f₁) l'image de la décoration $ABCDE$ par la symétrie axiale d'axe d ;
- f₂) l'image de la décoration $ABCDE$ par la rotation de centre P et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre;
- f₃) l'image de la décoration $ABCDE$ par la translation qui amène A sur A' .

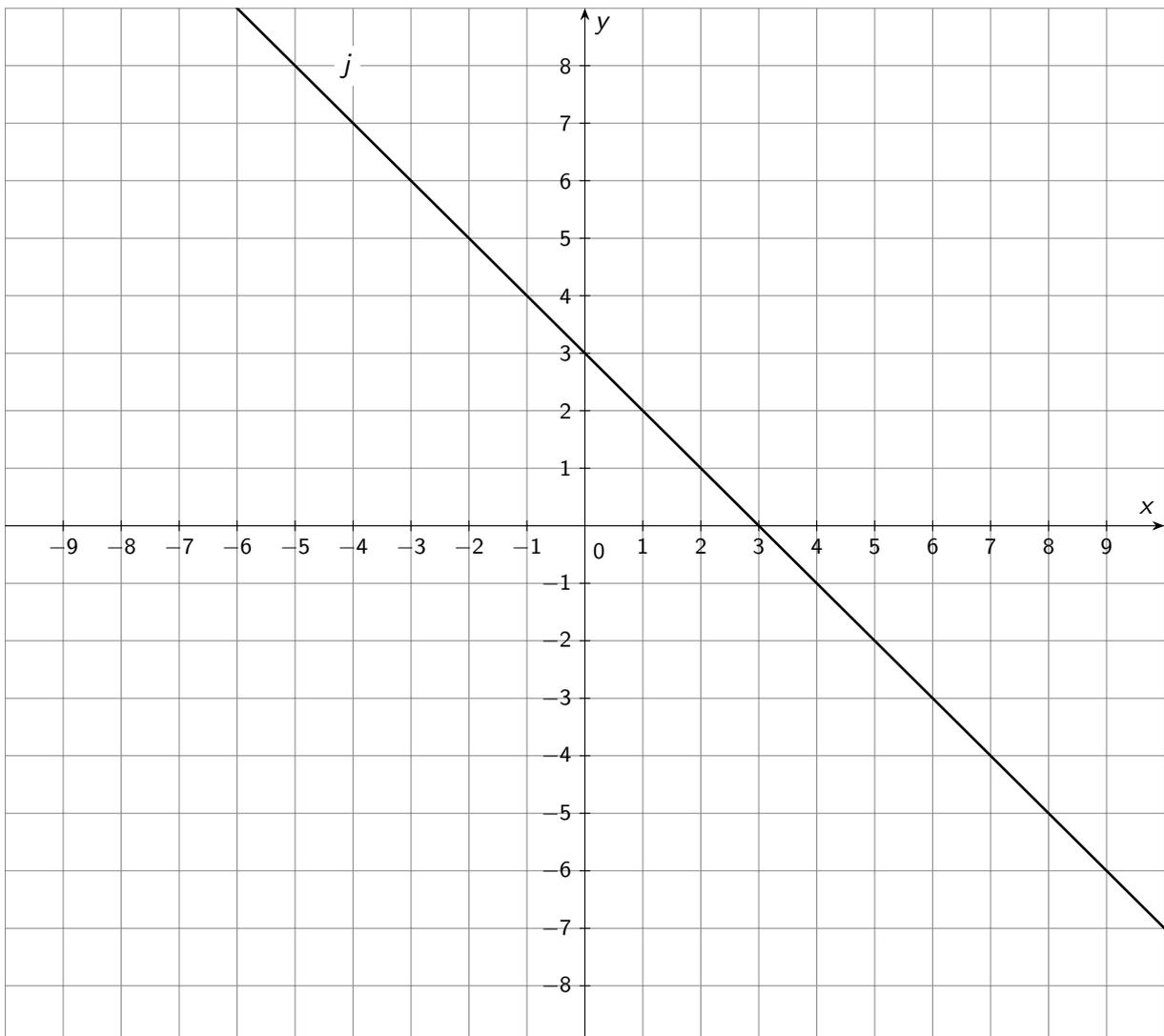
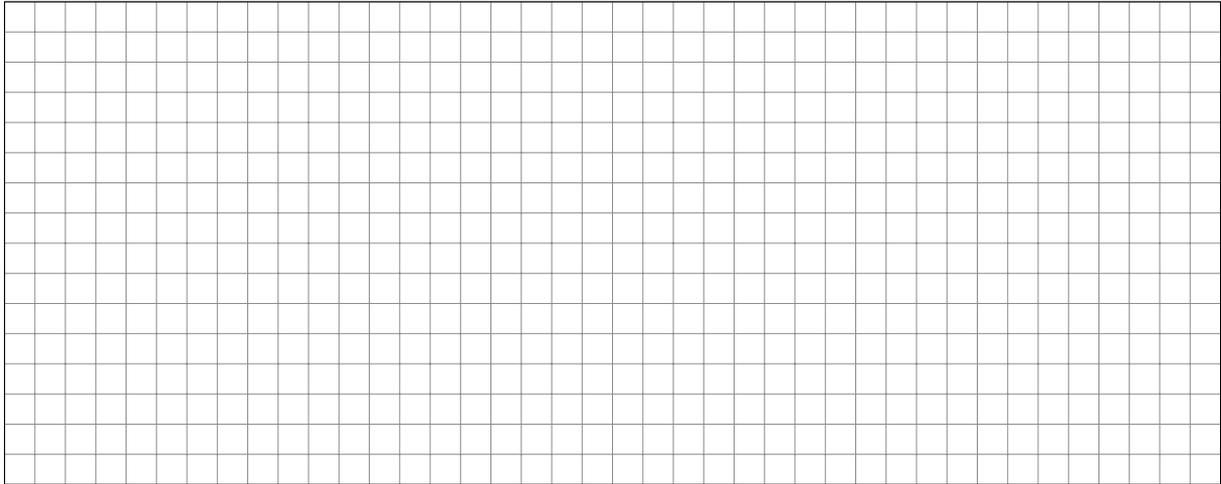


b) On prévoit un aller-retour du monte-charge depuis Spruga pour livrer 75 kg de marchandise à Tabid et 50 kg de marchandise à Piansecco (au retour, le monte-charge sera vide). Le temps de déchargement est de 5 minutes à Tabid et de 3 minutes à Piansecco. Calculer la durée totale de cet aller-retour (résultat en minutes et secondes, arrondi à la seconde).



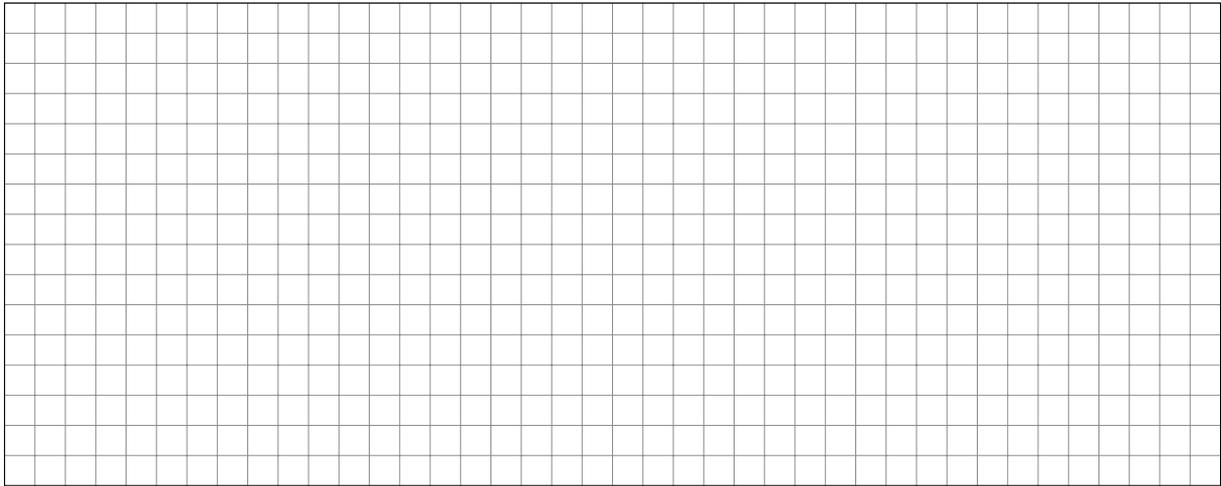
Problème 5/ **15 pts**

a) Déterminer l'expression fonctionnelle de la fonction affine j dont le graphe est représenté ci-dessous.

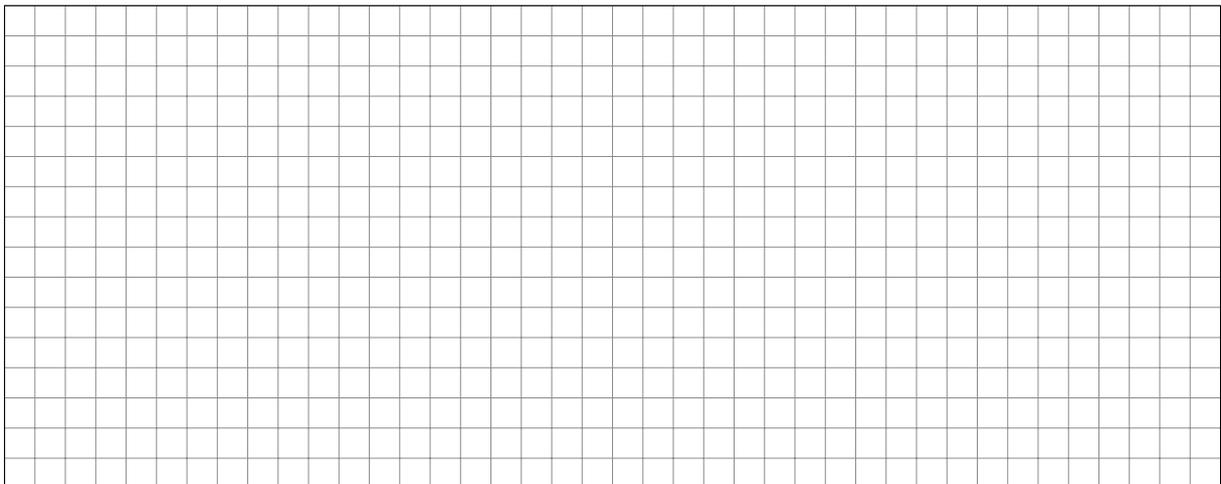


b) Soit h la fonction donnée par $h(x) = 3x + 2$. Représenter son graphe dans le système d'axes de la page 14.

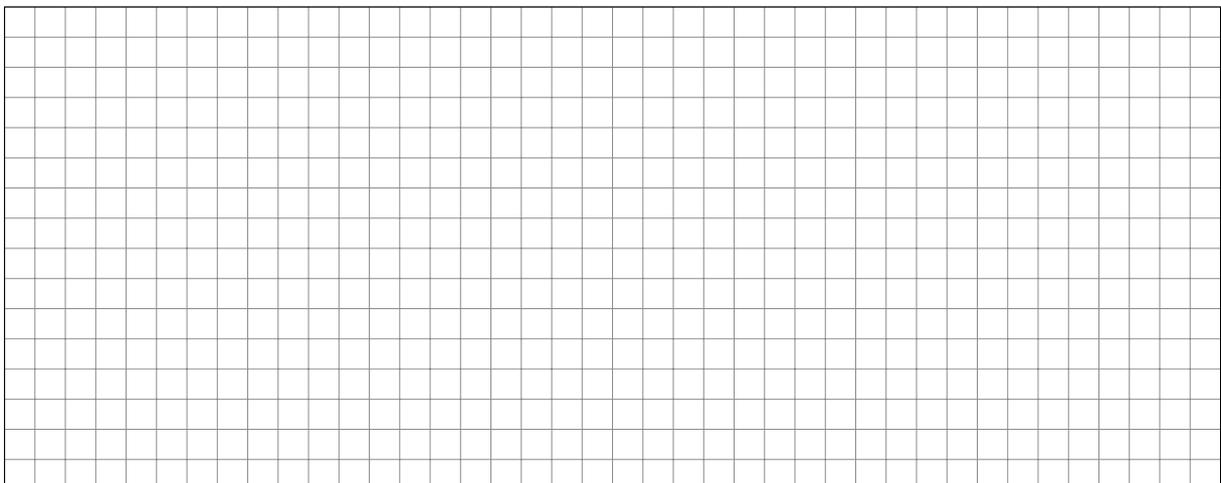
c) Déterminer l'expression $g(x)$ de la fonction linéaire g dont le graphe est parallèle à celui de h . Représenter son graphe dans le système d'axes de la page 14.



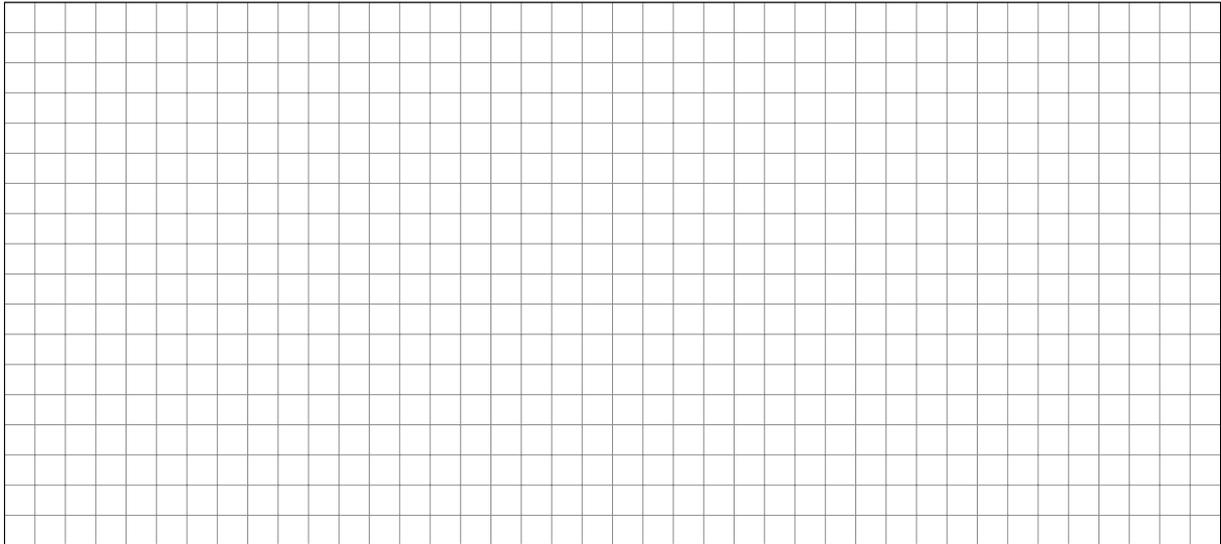
d) Soit f la fonction donnée par $f(x) = -x^2 + 2x + 8$. Montrer que le graphe de la fonction f passe par le point $P(-1; 5)$.



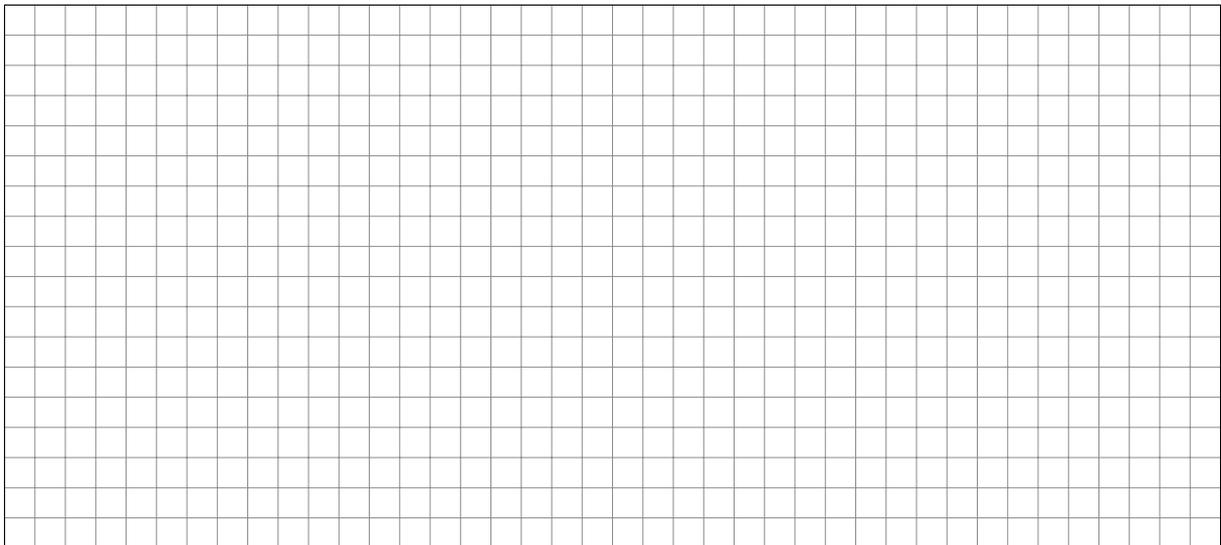
e) Calculer les coordonnées des points d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses Ox .



f) Calculer $f(0)$.



g) Calculer les coordonnées des points d'intersection du graphe de f avec le graphe de h .



Problème 6

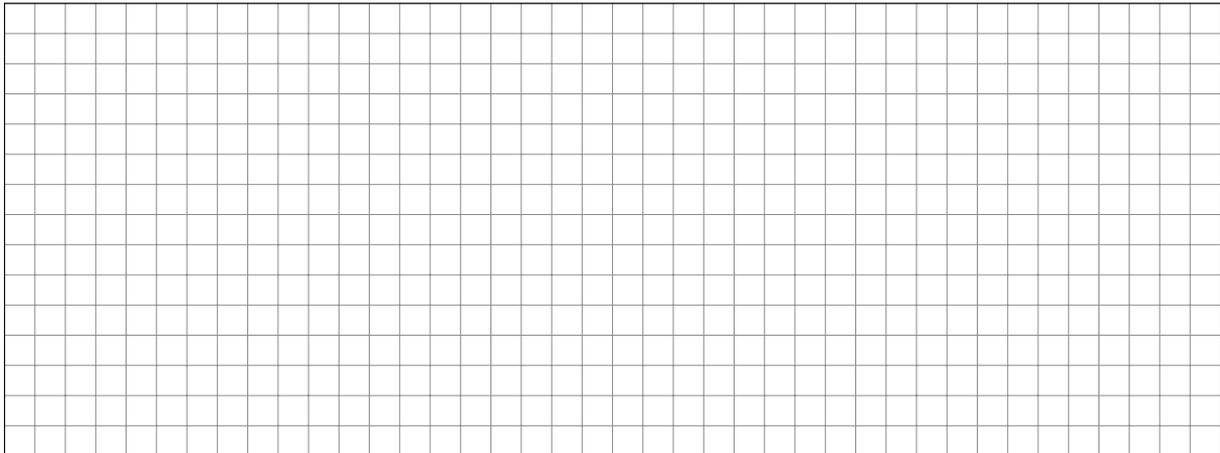
/ 6 pts

Un matin à 8:00, on débute le remplissage d'une citerne de mazout pour le chauffage d'un immeuble. Le volume (en litres) de mazout dans la citerne est donné par la fonction

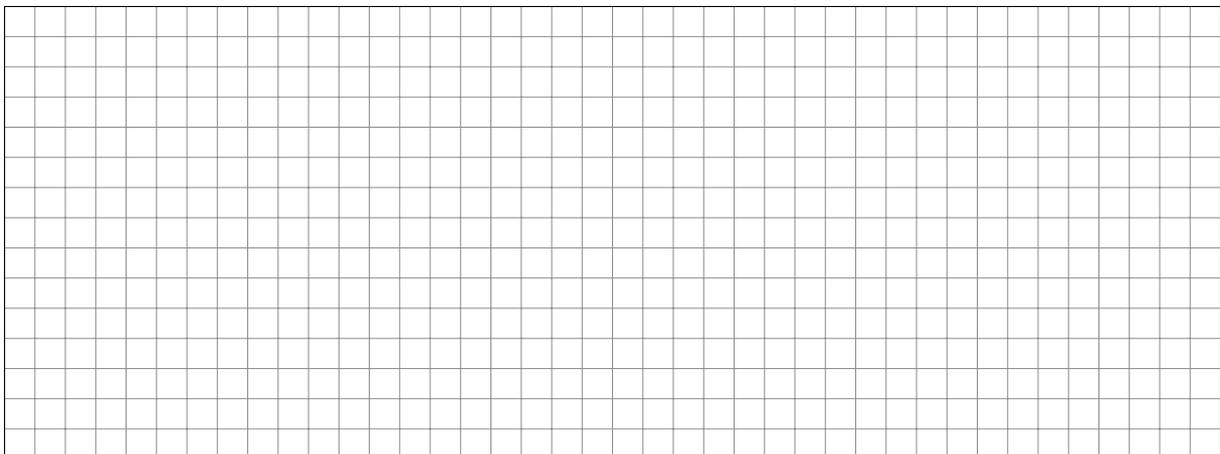
$$f(t) = 250 + 750 t,$$

où t est le temps en heures depuis le début du remplissage ($t = 0$ à 8:00).

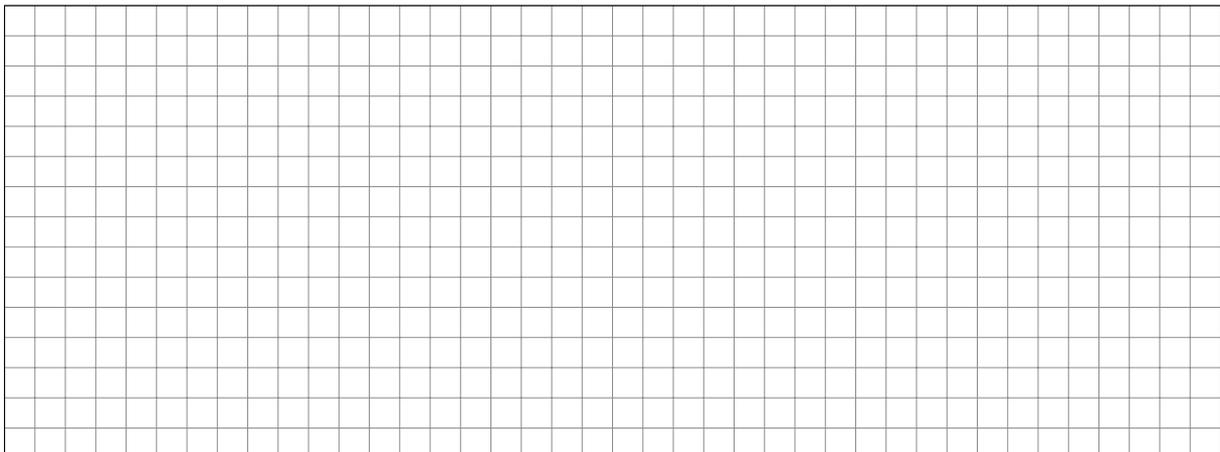
a) La citerne est remplie au bout de trois heures. Déterminer le volume de la citerne (résultat en l).



b) Un signal sonore marque le moment où le volume de mazout atteint 1 500 l. À quelle heure ce signal est-il émis (résultat en heures et minutes) ?

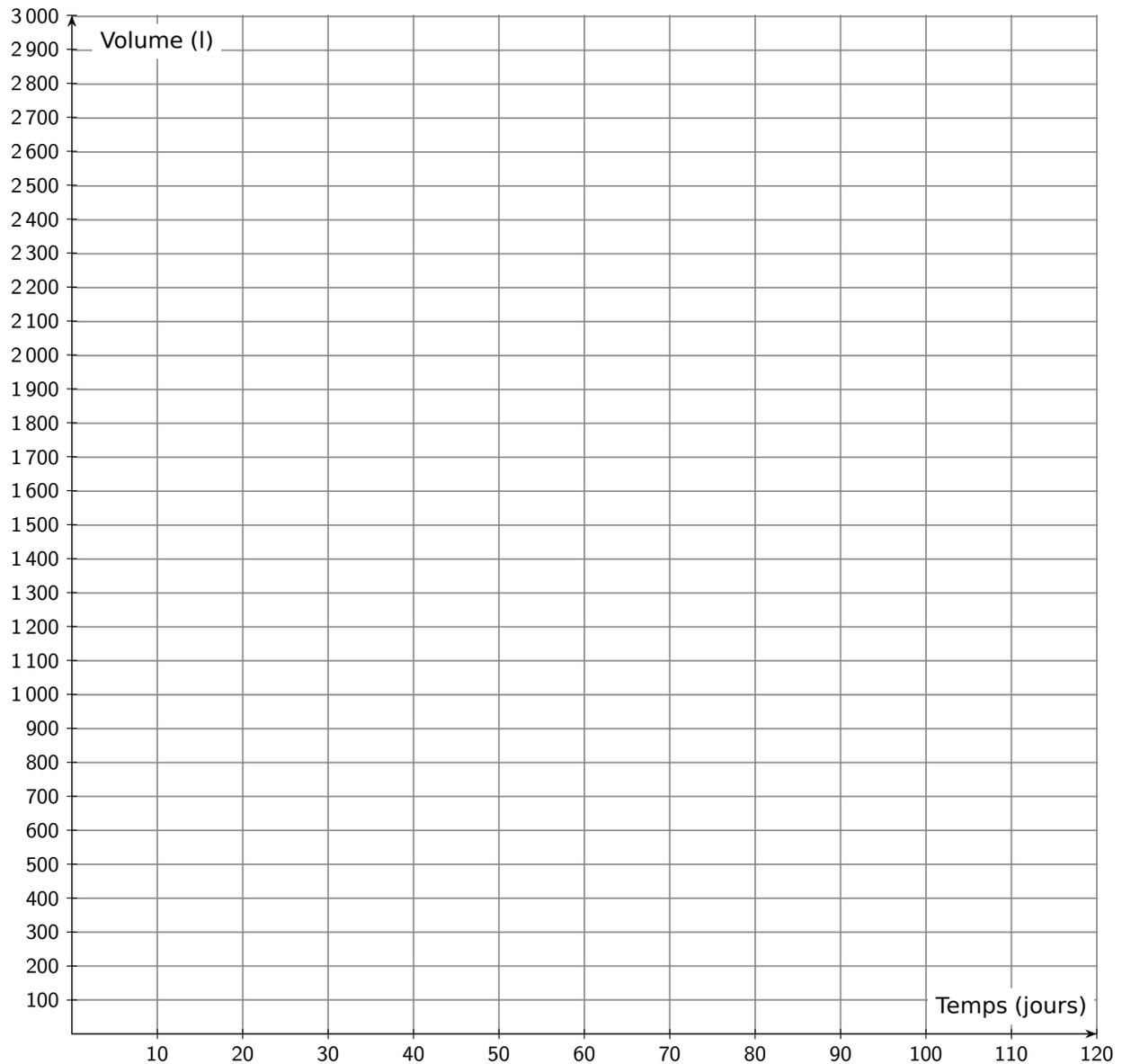


c) Quelle était la quantité de mazout dans la citerne avant le remplissage (résultat en l) ?

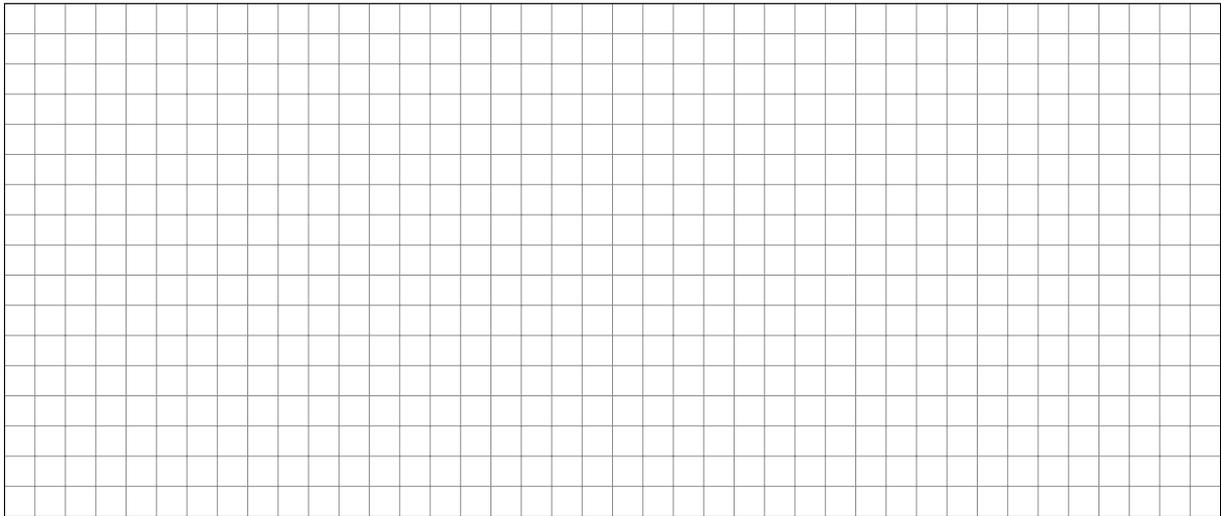


d) On allume le chauffage de l'immeuble dès le lendemain. On suppose que la consommation journalière de mazout est constante. Au bout de 100 jours, le concierge constate qu'il ne reste plus que 800 l dans la citerne.

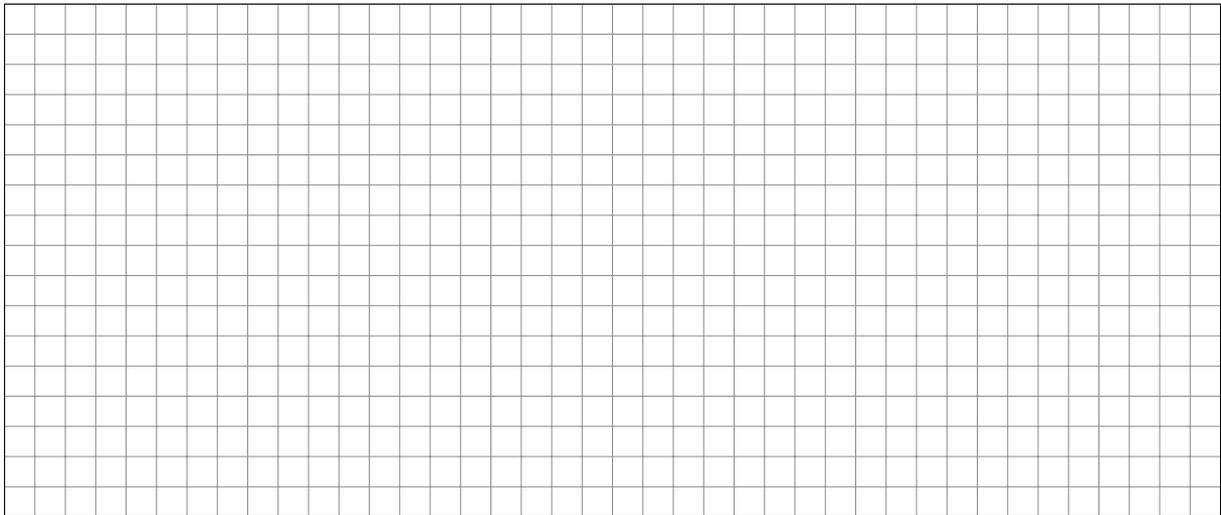
Esquisser dans le système d'axes ci-dessous la fonction qui donne le volume de mazout présent dans la citerne en fonction du temps (en jours) depuis le moment où le chauffage a été allumé.



c) Calculer l'aire du fer de lance (résultat en cm^2).



d) Calculer la longueur CD (résultat en cm).



e) Calculer le périmètre du fer de lance (résultat en cm).

