

NOM : _____ **PRÉNOM :** _____

**EXAMEN D'ADMISSION AUX GYMNASSES VAUDOIS
SESSION 2020**

**ÉCOLE DE CULTURE GÉNÉRALE ET ÉCOLE DE COMMERCE
(+MPI)**

BRANCHE : MATHÉMATIQUES
SIGLE : EXAD-1C/1E-MAT-03
EXAMEN : ÉCRIT

Durée 3 heures

Matériel autorisé calculatrice TI-30 ECO RS, TI-30 X II S ou TI-30 X II B, règle, équerre, rapporteur, compas, formulaire joint à l'épreuve.

Consignes

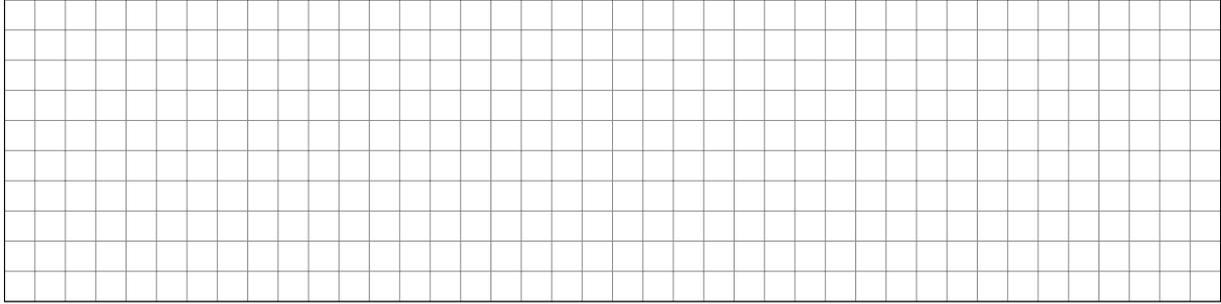
- le candidat rédige les solutions directement sur les feuilles de données dans l'espace prévu à cet effet sous chaque question (il n'utilise pas la couleur rouge) ;
- lorsque cet espace n'est pas suffisant, le candidat l'indique clairement dans sa réponse et termine au verso ;
- les feuilles de brouillon ne sont pas corrigées ;
- la rédaction doit être soignée ; les calculs et les raisonnements doivent être détaillés ;
- la réponse doit être soulignée ou encadrée.

Partie technique _____ / **30 pts**

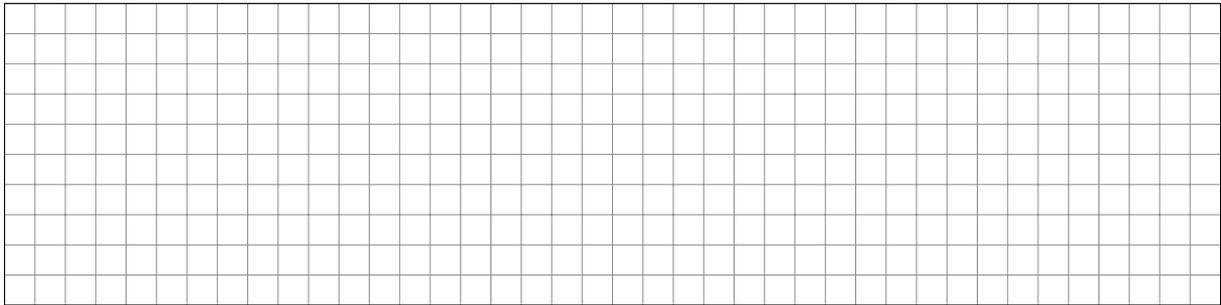
Partie analyse-réflexion _____ / **70 pts**

Pondération partie technique 30% et partie analyse-réflexion 70% de la note finale

f) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$



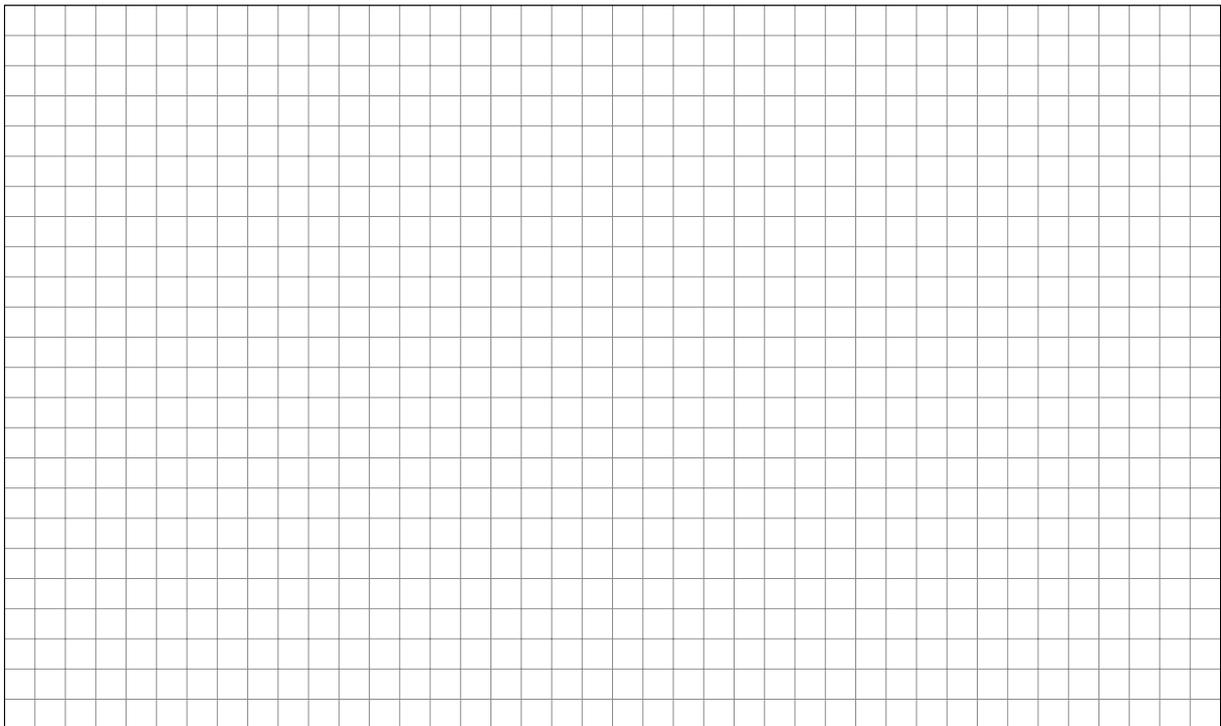
g) $\frac{12}{5} \cdot \frac{2}{3} - \frac{6}{5}$

**Question 2**

/ 3 pts

Calculer la valeur de l'expression

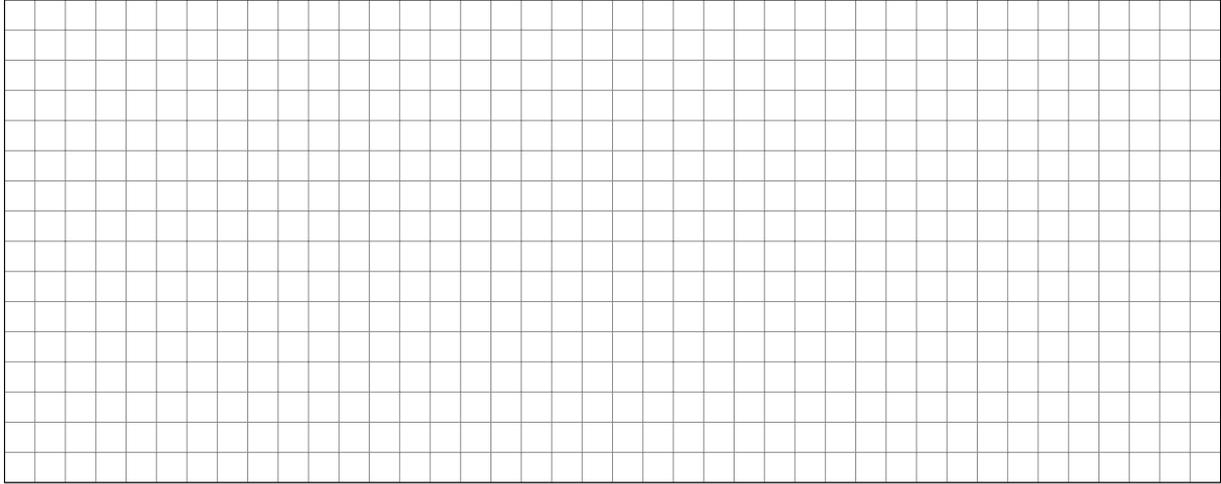
$$-a^2 - 6c(b - 3a)$$

lorsque $a = -1$, $b = 3$ et $c = 2$.

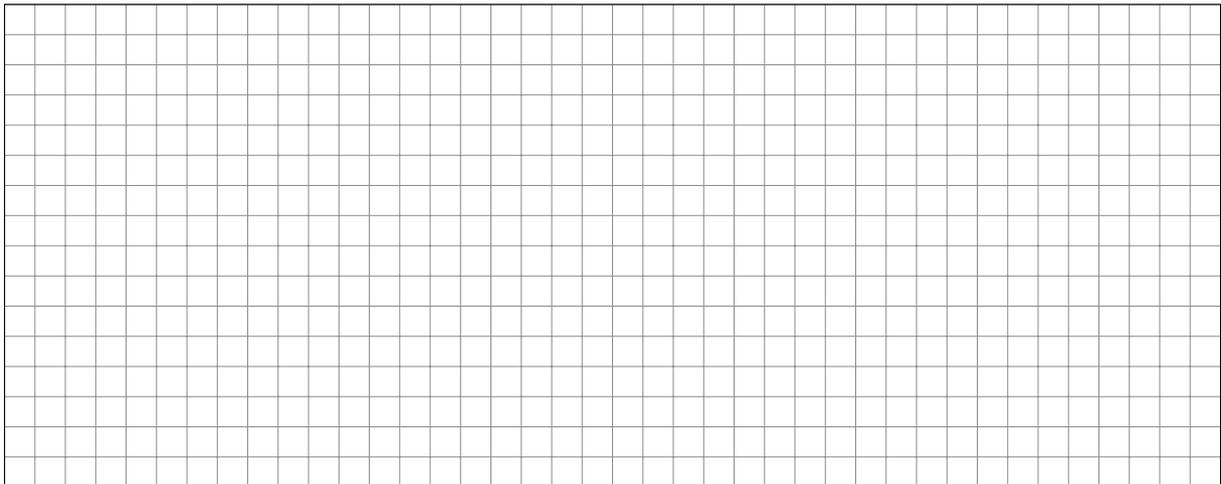
Question 3/ **7 pts**

Effectuer et réduire au maximum.

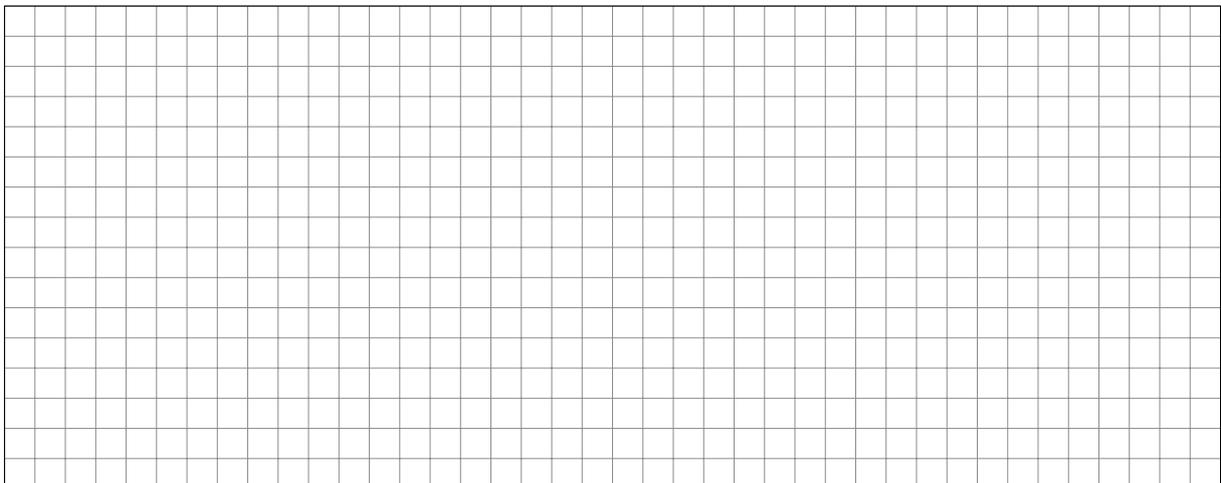
a) $(2x + 1)(x - 3)$



b) $-2(3 + x^2) + x(4 + 2x)$



c) $(5 + x)^2 - (x - 3)$



Question 4/ **10 pts**

Résoudre les équations suivantes et donner la réponse sous forme de fraction irréductible.

a) $2 \cdot 3 + x - 2 + 3x = 7 - 12 + x$

b) $x^2 - 4 = (x - 1)(x - 2)$

c) $\frac{1}{2}(4 + 2x) - 2 \cdot (-3) = x + 10 \div 2$

d) $12 = 6x - 3(x + 3)$

Partie analyse-réflexion

En règle générale, tous les résultats seront arrondis à deux décimales.

Problème 1**/ 14 pts**

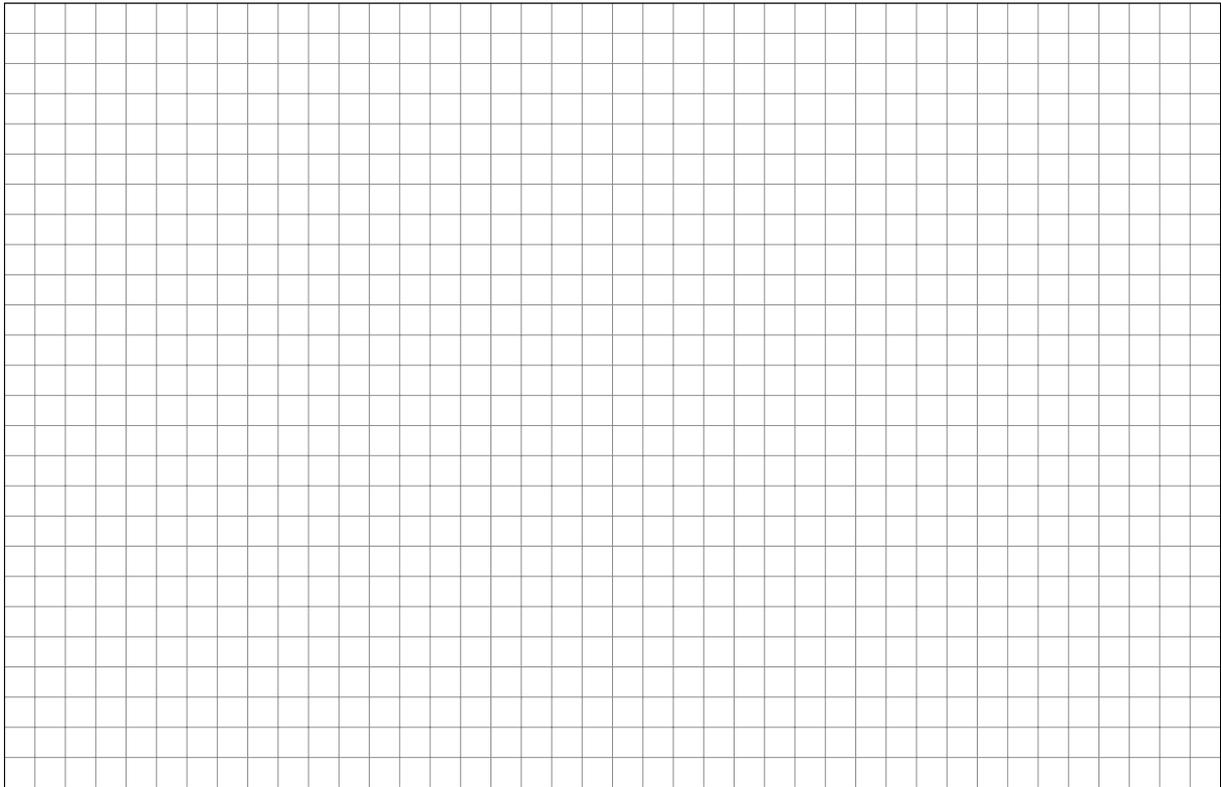
Un pirate possède un trésor composé de 680 pièces d'or, 510 rubis et 357 diamants.

a) Chaque pièce d'or a un rayon de 1,8 cm, une épaisseur de 0,4 cm et pèse 87,13 g. Calculer la masse volumique de l'or en kg/m^3 .

b) L'unité de masse utilisée pour les pierres précieuses est le *carat*. Sachant que chaque rubis pèse environ 3 420 carats et que 5 carats correspondent à 1 g, déterminer la masse d'un rubis (résultat en g).

c) Un diamant pèse 35 g. Calculer la masse totale du trésor du pirate (résultat en g).

d) Le pirate décide de partager équitablement son trésor entre son équipage et lui-même. Calculer le nombre de membres de l'équipage sachant que tout le monde recevra le même nombre de pièces d'or, de diamants et de rubis.



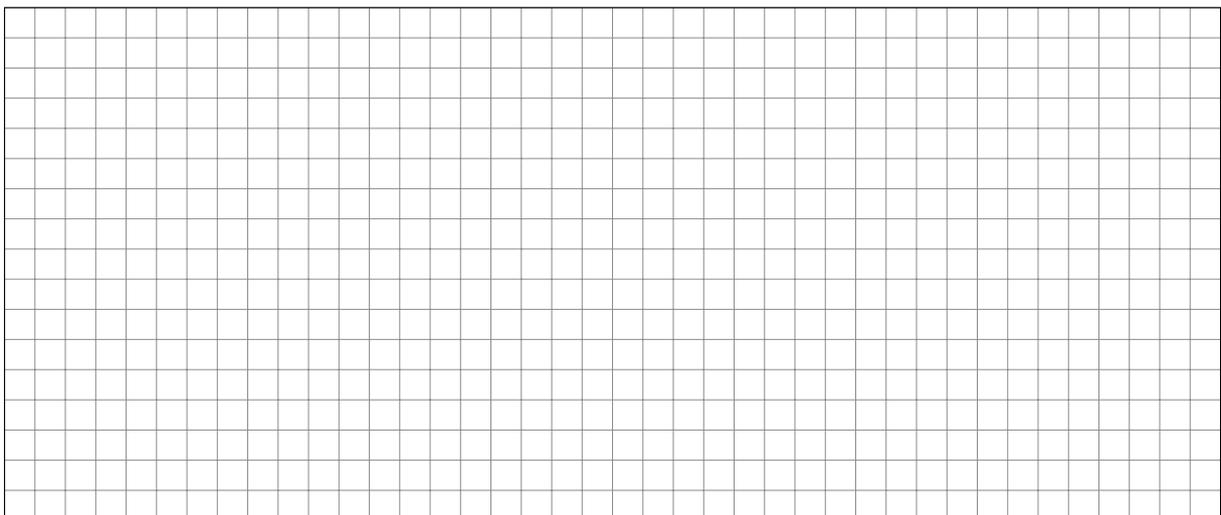
Problème 2

/ 11 pts

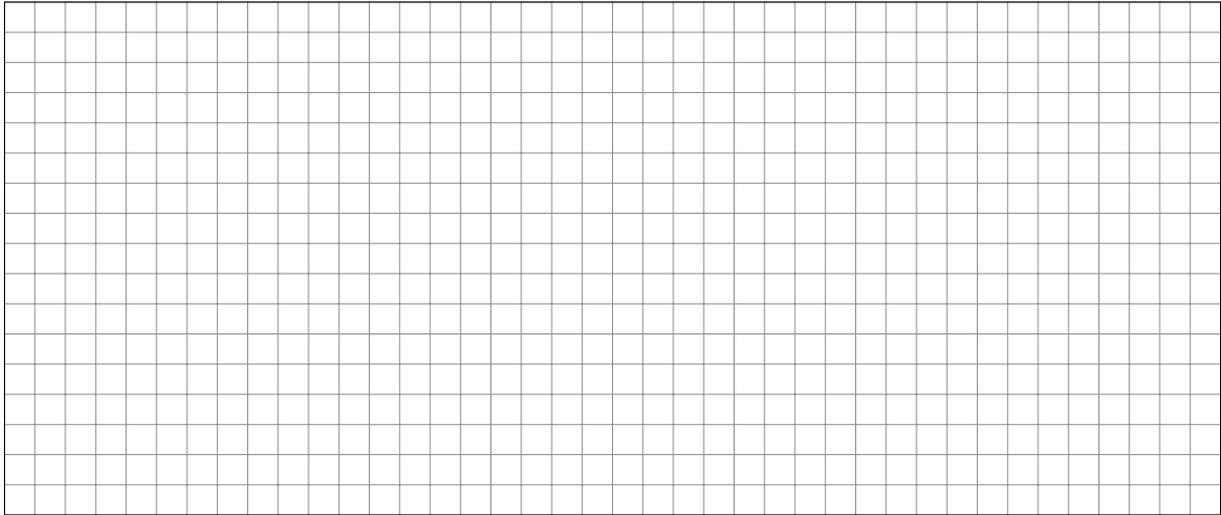
En visite dans un casino de Las Vegas, un homme gagne au poker un certain nombre de jetons verts.

Il en dépense tout de suite la moitié, puis il rejoue une partie et regagne un quart du nombre initial de jetons. Ensuite, il re perd l'équivalent d'un huitième du nombre initial de jetons et cesse de jouer. Il lui reste alors 600 jetons.

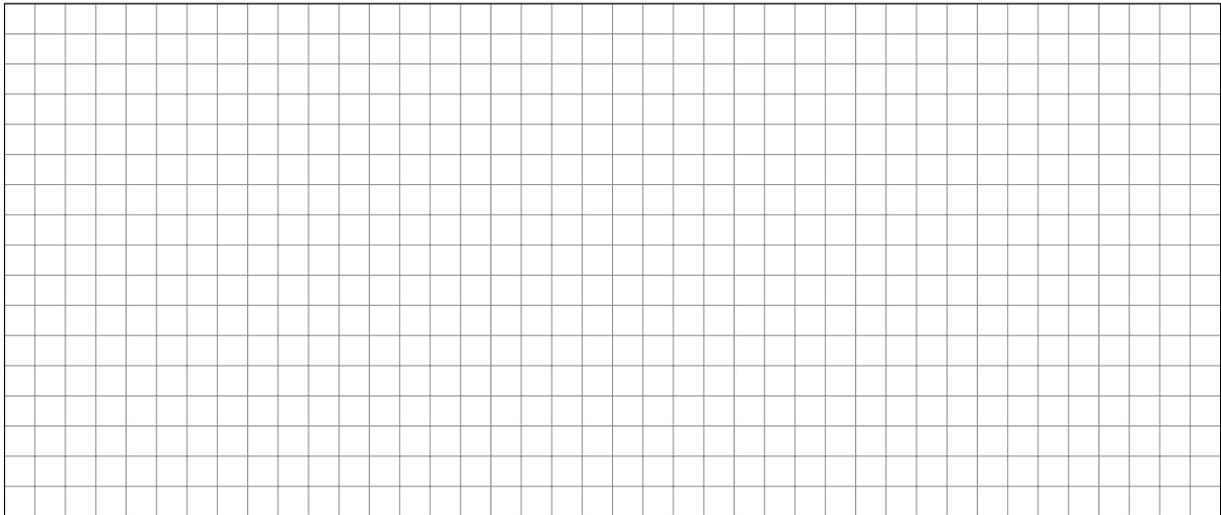
a) Calculer combien de jetons il a gagné au début du jeu.



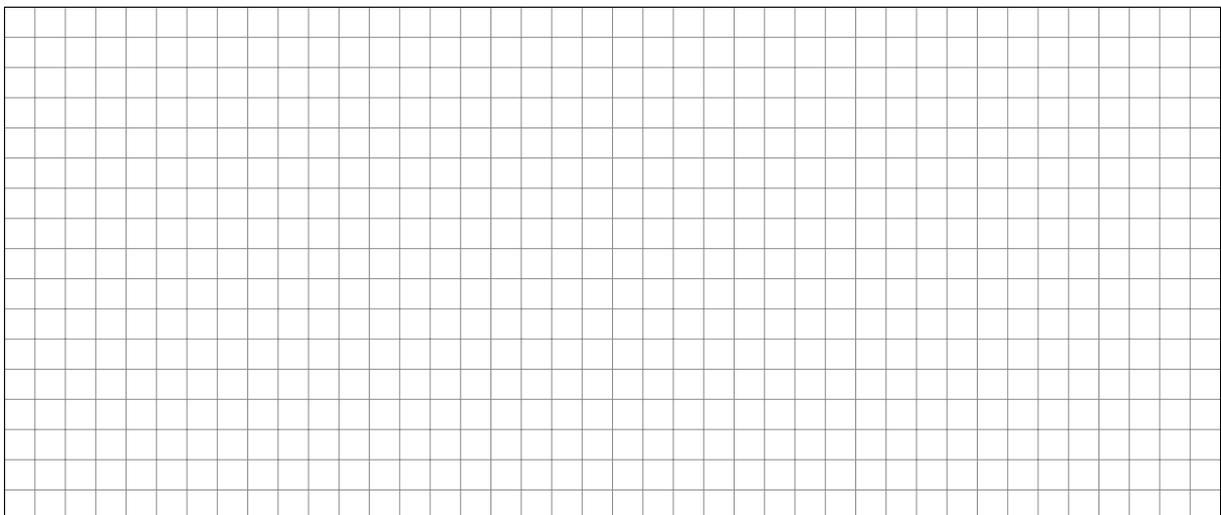
b) Sachant qu'un jeton vert vaut 25 \$, de quelle somme (en \$) dispose-t-il à la fin du jeu ?



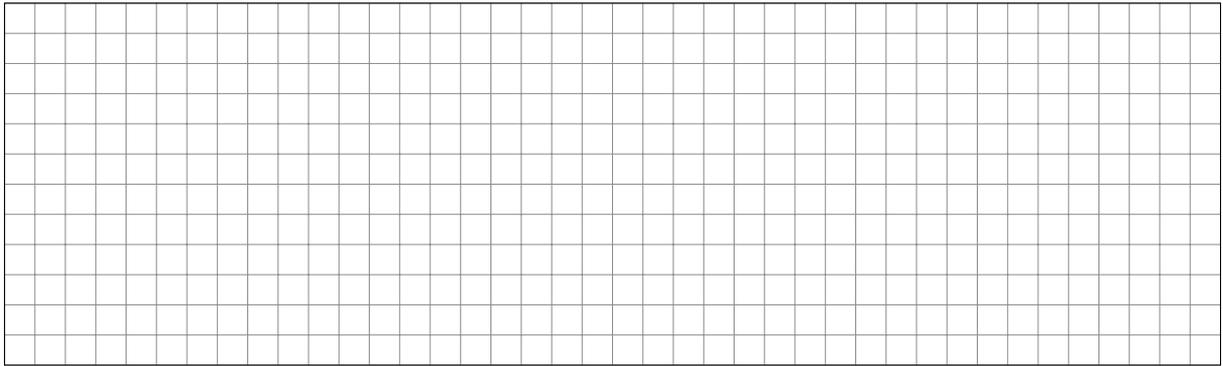
c) A la caisse du casino, il échange ses 600 jetons verts contre des jetons noirs d'une valeur de 100 \$ et des jetons rouges d'une valeur de 500 \$. Il se retrouve ainsi avec 46 jetons au total. Calculer le nombre de jetons noirs et le nombre de jetons rouges.



d) Il termine sa soirée en jouant à la roulette et finalement il rentre à l'hôtel avec 2 500 \$ en poche. De retour en Suisse, il change ses gains en CHF. Sachant que le taux de change est de 1 CHF = 1,17 \$, calculer le montant de ses gains en CHF.



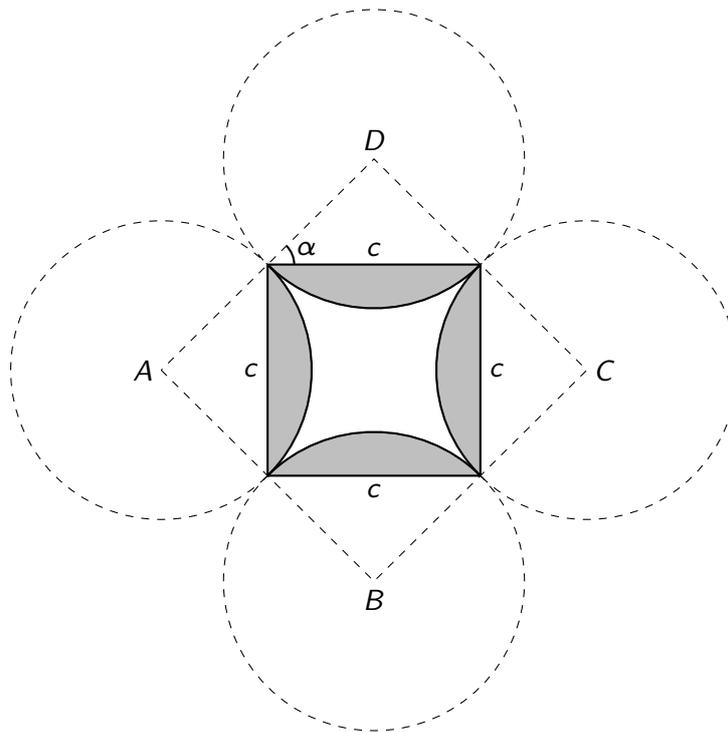
- c) Quelle est l'erreur commise par la garde forestière dans son estimation (résultat en m)?
 Quel pourcentage cela représente-t-il?



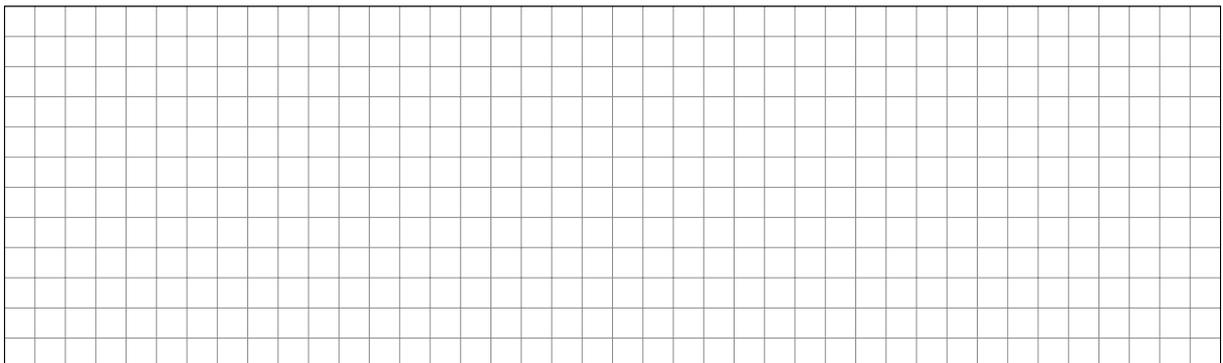
Problème 5

/ 7,5 pts

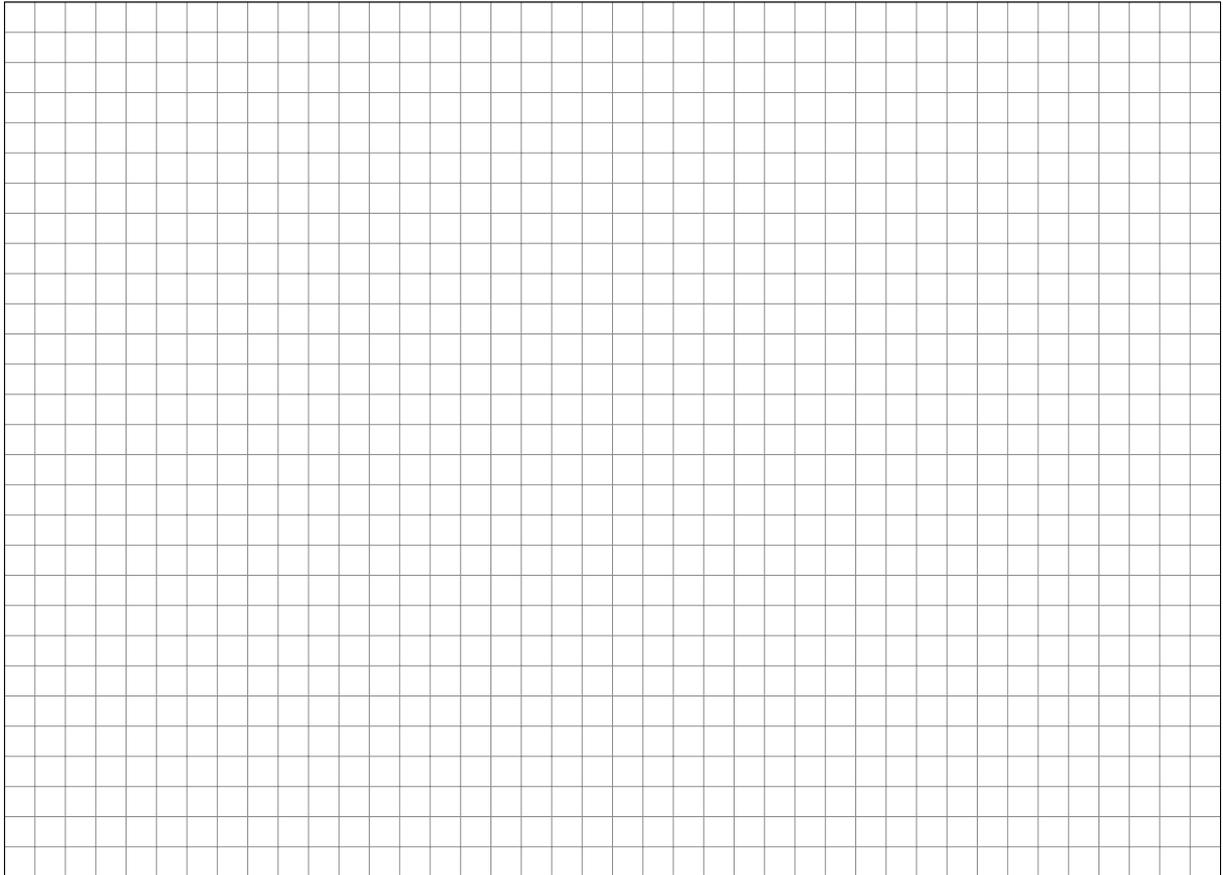
Dans la figure ci-dessous, les sommets du carré $ABCD$ sont également les centres des quatre cercles. Ces cercles sont tangents entre eux deux à deux et ont le même rayon.
 On donne le côté du carré intérieur $c = 10$ cm.



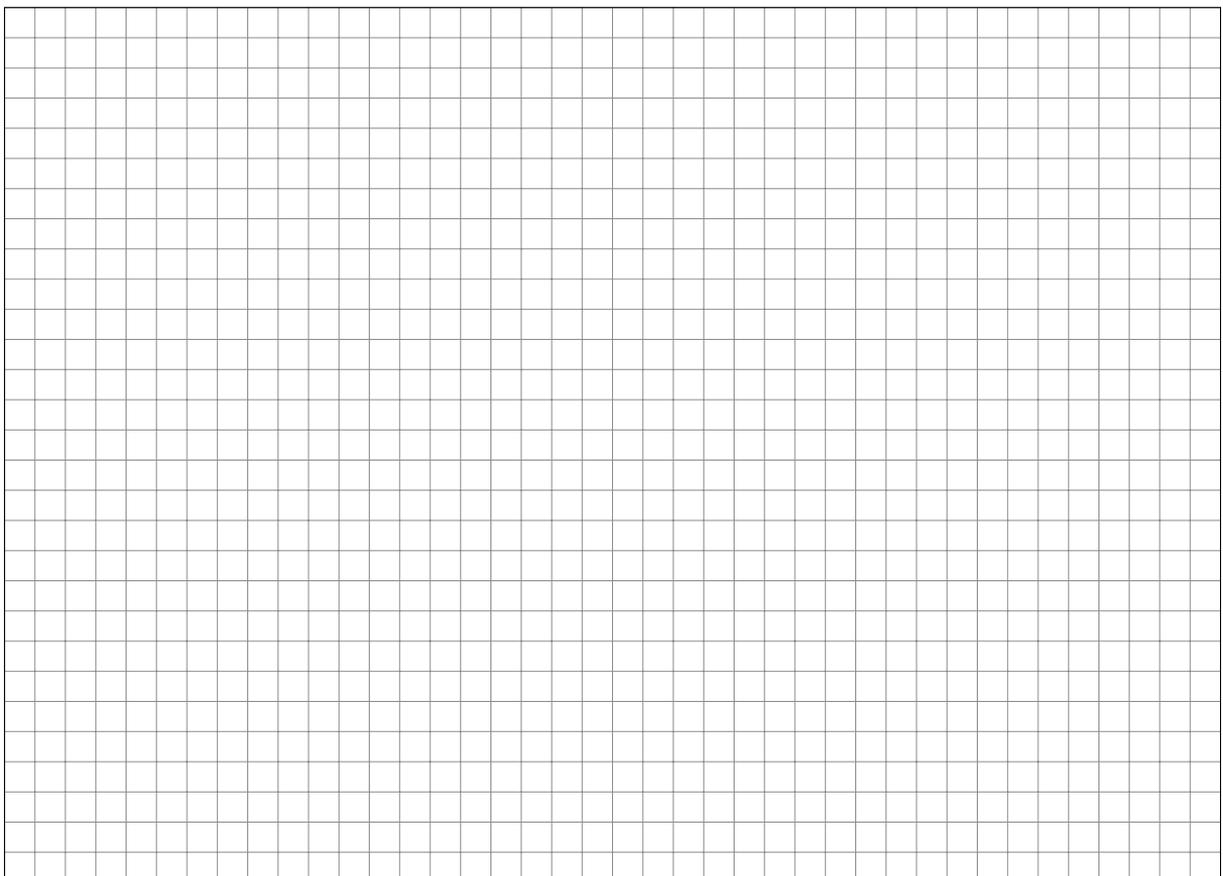
- a) Donner la valeur de l'angle α sur la figure ci-dessus.



b) Calculer le rayon des cercles (résultat en cm).



c) Calculer l'aire de la partie grisée (résultat en cm^2).

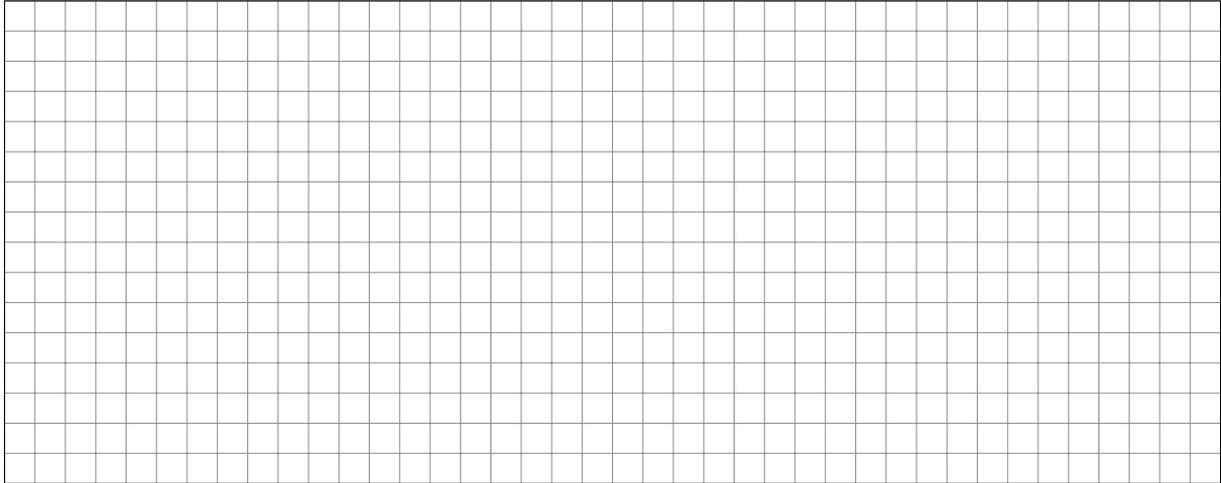


Problème 6

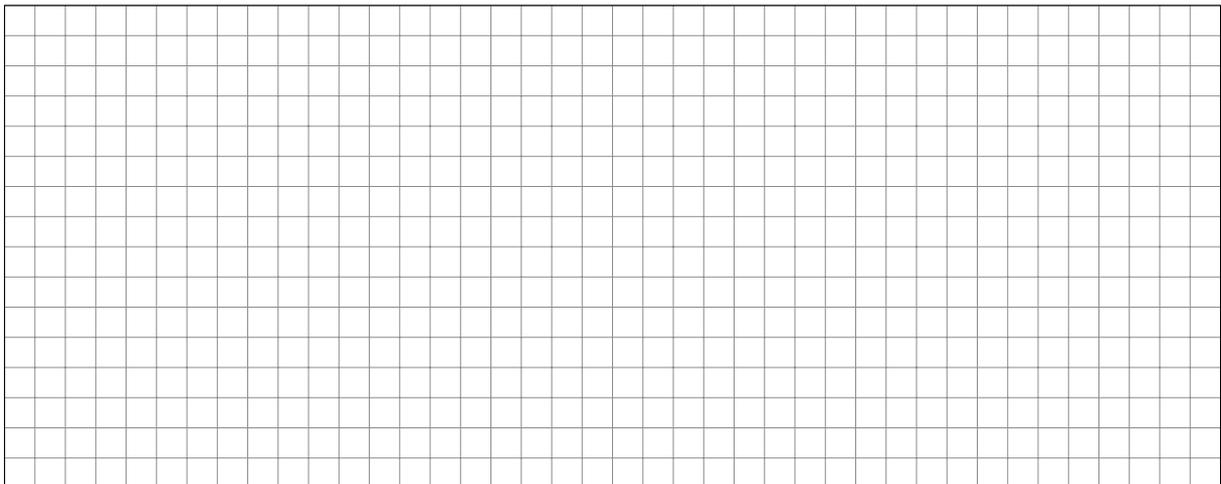
/ 6 pts

On considère un cylindre de hauteur $h = 12$ cm et rayon de base $r = 3$ cm.

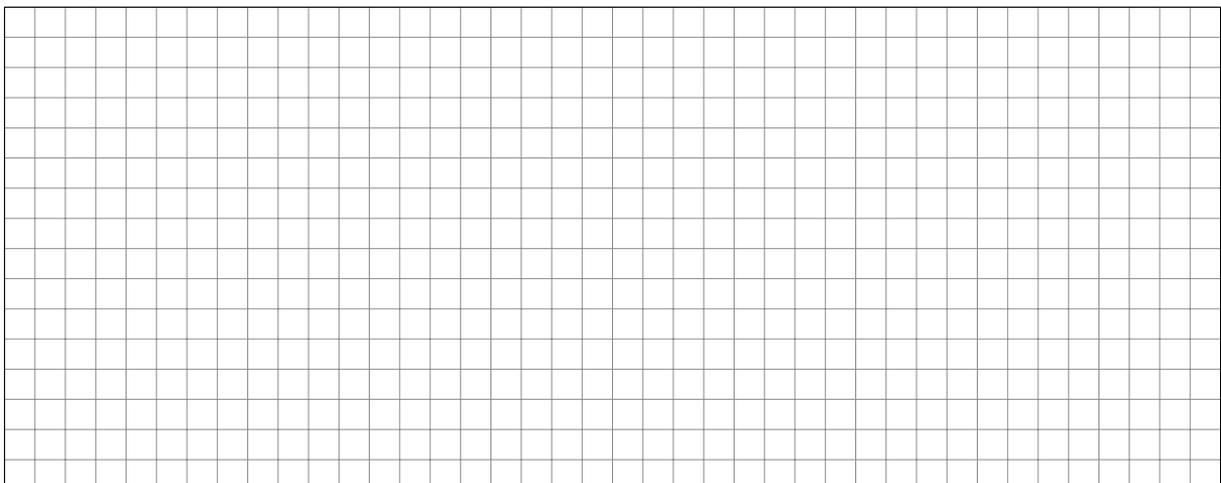
a) Calculer l'aire latérale (résultat en cm^2).



b) Calculer le volume (résultat en cm^3).



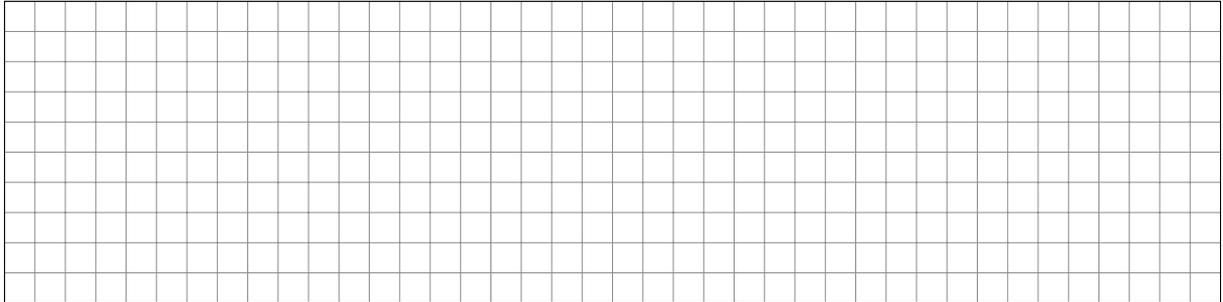
c) On souhaite construire un parallélépipède rectangle de même volume que le cylindre. Si la base de ce parallélépipède rectangle est un rectangle de côtés $a = 6$ cm et $b = 5$ cm, calculer la hauteur (résultat en cm).



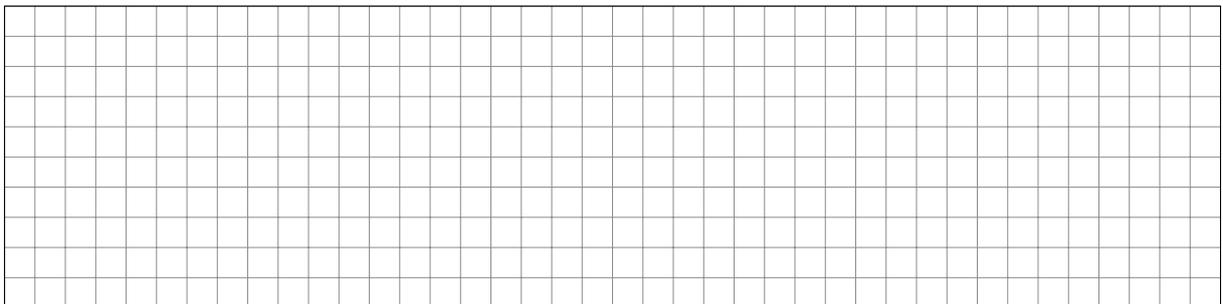
Problème 7/ **11 pts**

Soit f la fonction définie par $f(x) = 4x + 3$.

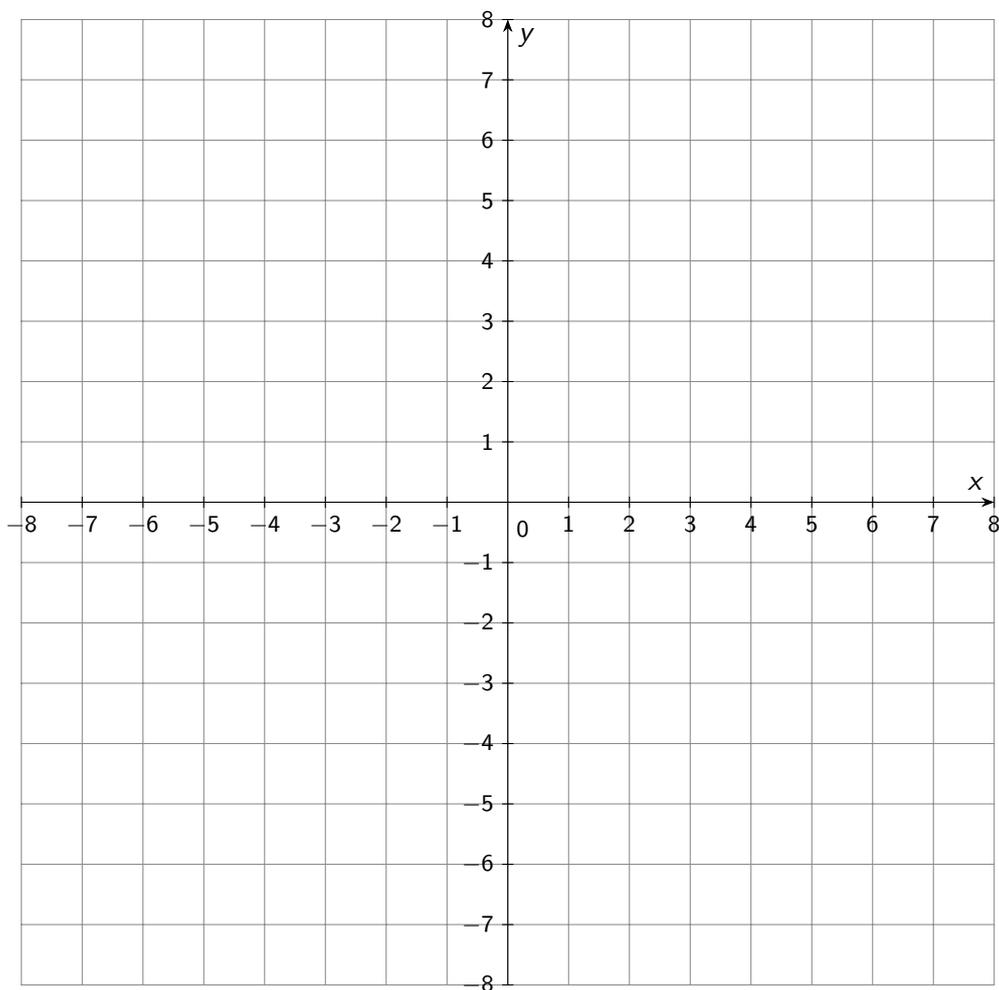
a) Montrer que le graphe de la fonction f passe par le point $P(-2; -5)$.



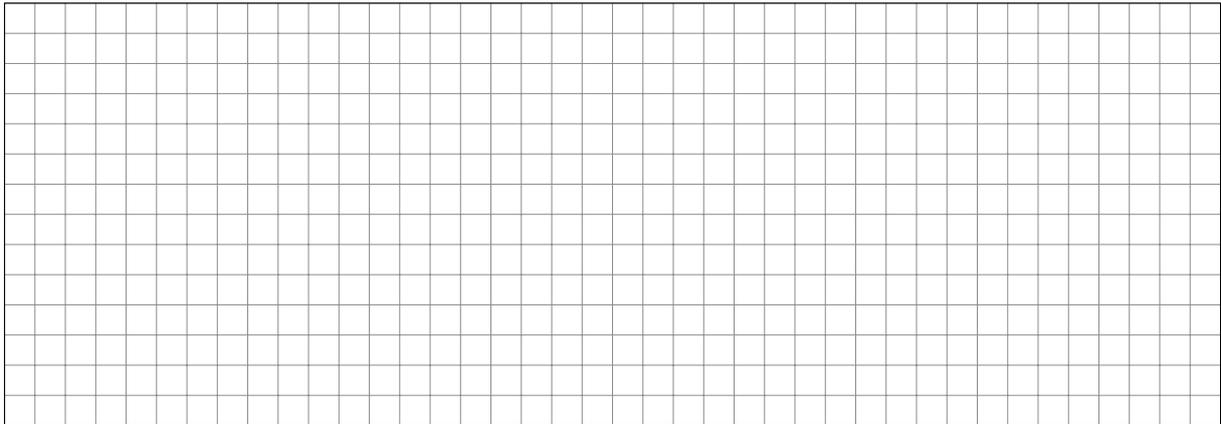
b) Calculer les coordonnées du point d'intersection du graphe de f avec l'axe Ox des abscisses.



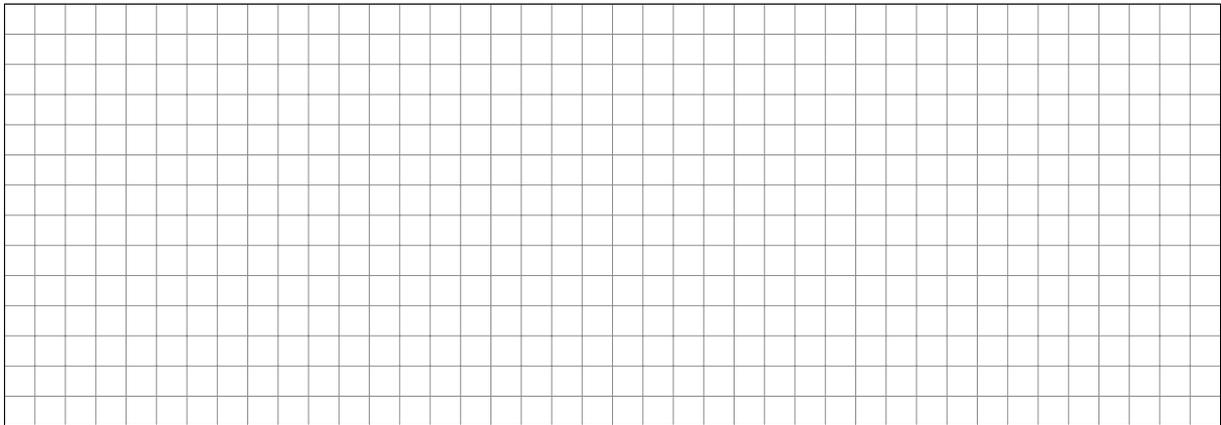
c) Représenter ci-dessous le graphe de la fonction f .



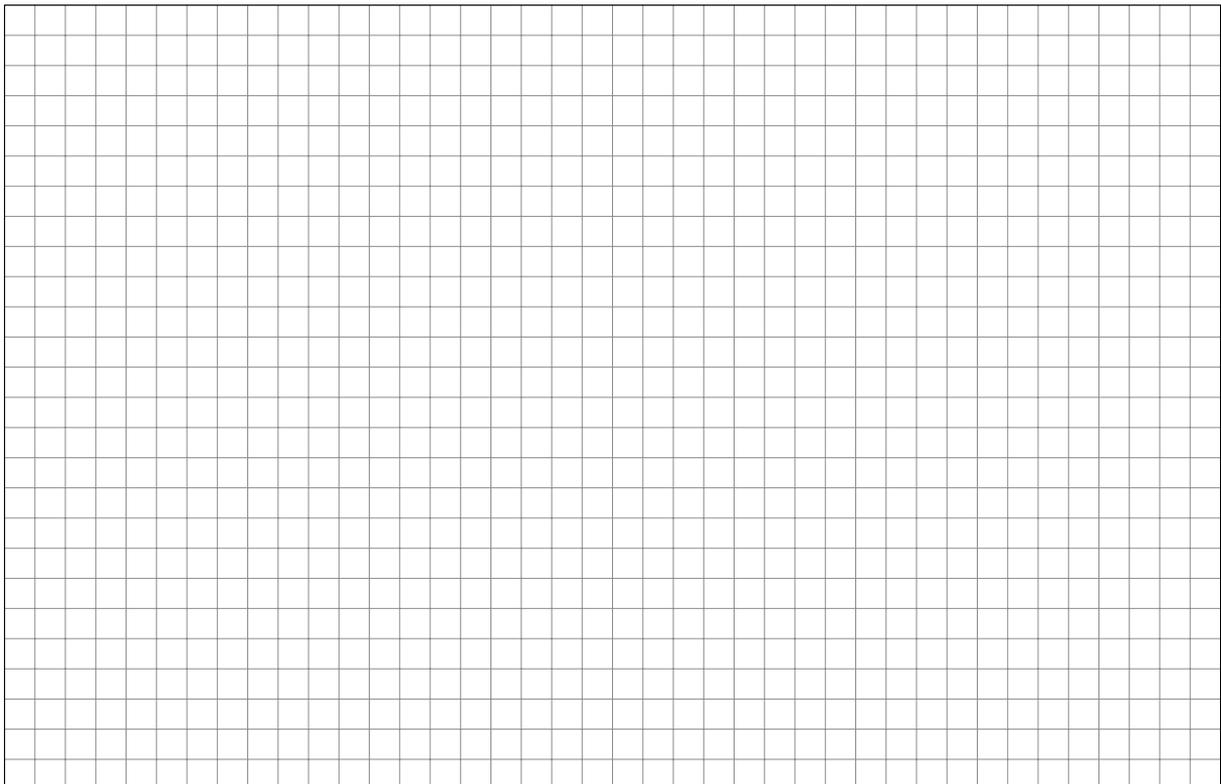
d) Déterminer l'expression fonctionnelle d'une fonction linéaire $g(x)$ passant par le point P et représenter son graphe dans le système d'axe de la question c).



e) Soit h la fonction définie par $h(x) = -x + 8$. Calculer les coordonnées du point d'intersection du graphe de h avec l'axe Oy des ordonnées.



f) Calculer les coordonnées du point d'intersection entre le graphe de h et celui de f .



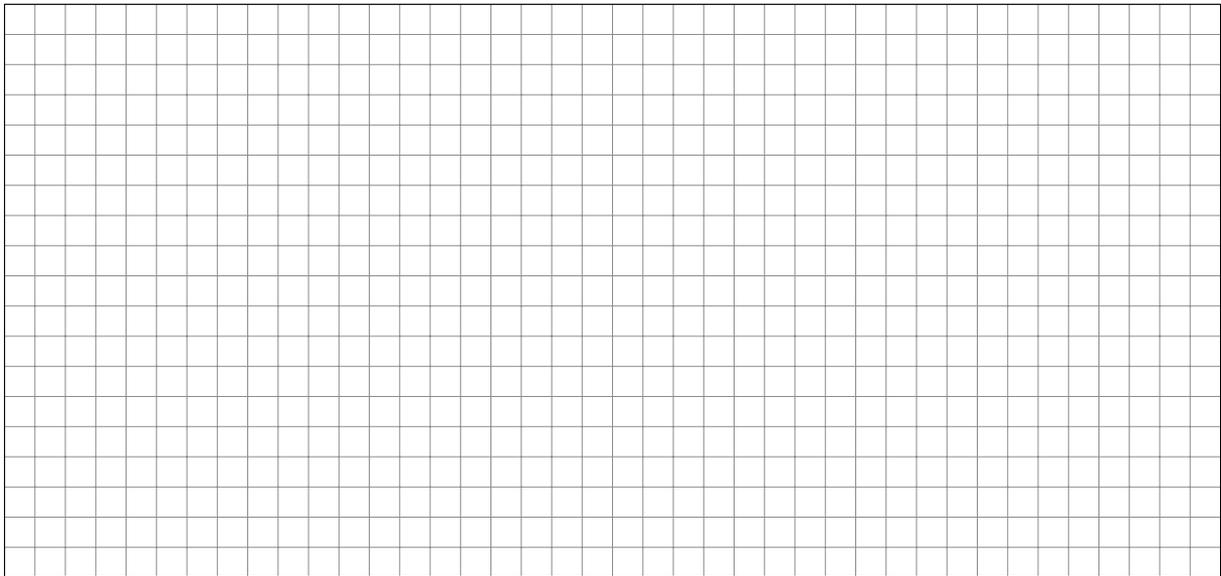
Problème 8

/ 7,5 pts

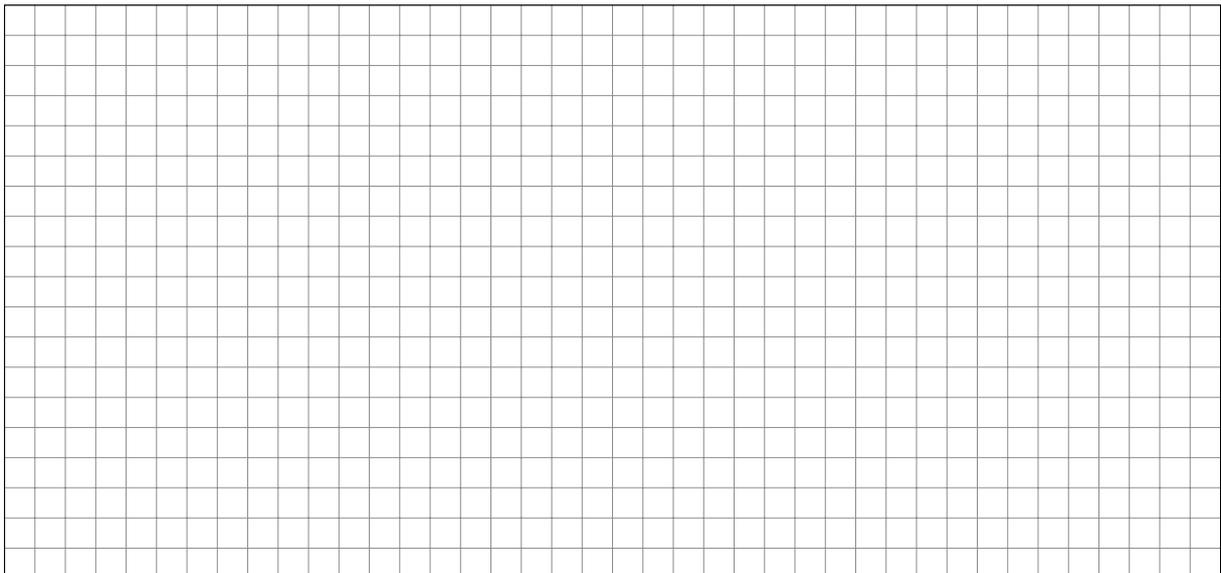
Un amateur de ski compare les différentes offres d'abonnement pour la saison hivernale dans une certaine station.

- OFFRE 1** Pour 400 francs, l'abonnement « Magic Ski » donne l'accès illimité à toutes les remontées mécaniques pendant tout l'hiver.
- OFFRE 2** Un abonnement journalier (skipass) coûte 50 francs et donne l'accès illimité à toutes les remontées mécaniques pendant une journée.
- OFFRE 3** La carte « Amateurs de glisse » coûte 120 francs et permet d'obtenir un rabais de 50% sur tous les abonnements journaliers.

a) Calculer le coût total de douze jours de ski avec chacune des trois offres.



b) Calculer le nombre minimal de jours de ski nécessaires pour que l'abonnement "Magic Ski" devienne plus rentable que l'achat d'abonnements journaliers.



c) Représenter dans le système d'axes ci-dessous la fonction correspondant à l'offre 1 qui donne le coût en fonction du nombre de jours de ski.

d) Déterminer la fonction correspondant à l'offre 3 qui donne le coût en fonction du nombre de jours de ski et représenter ci-dessous son graphe.

